

Izračunljivost

DRUGI KOLOKVIJ

29. lipnja 2009.

- [5] 1. Neka je $e = 2^{301} \cdot 3^{25} \cdot 5^{4501} \cdot 7^7$. Odredite domenu i sliku funkcije $\{e\}^2$ i izračunajte $\{e\}^2(17, 19)$.
- [5] 2. Dokažite da je skup svih prirodnih brojeva koji zadovoljavaju Goldbachovu hipotezu¹ rekurzivan. Je li taj skup i primitivno rekurzivan?
3. Neka je $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ primitivno rekurzivna funkcija.
- [2] (a) Dokažite da je funkcija $\hat{f}: \text{rng}(f) \rightarrow \mathbb{N}$ zadana sa $\hat{f}(x) = x^2$ parcijalno rekurzivna.
- [1] (b) Dajte primjer funkcije f kojoj je pripadna funkcija \hat{f} primitivno rekurzivna.
- [2] (c) Što možemo reći o \hat{f} , ako je f proizvoljna *parcijalno rekurzivna* funkcija?
- [5] 4. Sa \mathbb{P} označimo skup prostih brojeva. Dokažite da skup $S = \{e \in \mathbb{N} \mid \text{rng}(\{e\}^3) \subseteq \mathbb{P}\}$ nije rekurzivan skup.

¹Svaki paran prirodan broj veći od 2 može se prikazati kao suma dva prosta broja.

[5] 5. Neka je $S = \{(a, b, c) \in \mathbb{N}^3 \mid \text{dom}(\{ab\}^1) = \text{dom}(\{b+c\}^1)\}$. Dokažite da S nije rekurzivan skup.