

Prva zadaća: Parcijalne diferencijalne jednačbe I

1. [10] Odredite rješenje sustava linearnih parcijalnih diferencijalnih jednačbi s konstantnim koeficijentima

$$\begin{cases} u_t - u_x + v = 0, \\ v_t - v_x + u = 0, \end{cases}$$

u \mathbf{R}^2 i uz početne uvjete

$$\begin{cases} u(0, x) = x^2 - 1, \\ v(0, x) = x^2 + 1. \end{cases}$$

Uputa: Uvedite supstituciju $\xi = x - t$, $\eta = x + t$.

2. [8] Metodom karakteristika riješite Cauchyjevu zadaću

$$\begin{cases} u_x + xu_y = 0 & \text{u } \mathbf{R}^2, \\ u(x, -1) = e^x. \end{cases}$$

Skicirajte, ako postoje, (projicirane) karakteristike kroz točke $(0, 0)$, $(0, -1)$ i $(-3, 1)$. Odredite u kojim je točkama pravca $y = -1$ jednačba karakteristična i ispitajte je li u tim točkama rješenje definirano. Koji je najveći skup na kojem možemo definirati rješenje?

3. [7] U ovisnosti o parametrima $a, b \in \mathbf{R}$ odredite rješenje sljedeće Cauchyjeve zadaće:

$$\begin{cases} 2u_x + u_y = u & \text{u } \mathbf{R}^2, \\ u(x, ax + b) = x. \end{cases}$$

Ovisi li domena rješenja o parametrima a, b ? Obrazložite.

Rješenja u pisanom obliku treba predati na vježbama 13. studenog 2017.

Marko Erceg