

Matematička teorija računarstva

Vježbe 20

Matko Botinčan

PMF – Matematički odjel

13.04.2007.

Neodlučivost

Teorem

$A_{\text{TM}} = \{ \langle \mathcal{M}, w \rangle \mid \mathcal{M} \text{ je TM t.d. } \mathcal{M} \text{ prihvaća } w \}$ nije odlučiv.

Posljedica

A_{TM}^c nije rekurzivno prebrojiv.

Redukcije

A je **reducibilan** na B :

\approx rješavanje A nije teže od rješavanja B

\approx rješenje za B daje rješenje za A

Napomena

Ako je A reducibilan na B i B je odlučiv, onda je i A odlučiv.

Napomena

Ako je A reducibilan na B i A nije odlučiv, onda i B nije odlučiv.

Primjer: (Halting problem)

Jezik

$HALT_{\mathbf{TM}} = \{ \langle \mathcal{M}, w \rangle \mid \mathcal{M} \text{ je } \mathbf{TM} \text{ t.d. } \mathcal{M} \text{ staje na ulazu } w \}$ je neodlučiv.

Primjer: (Problem totalnosti)

Jezik $TOTAL_{\mathbf{TM}} = \{ \langle \mathcal{M} \rangle \mid \mathcal{M} \text{ je } \mathbf{TM} \text{ t.d. } \mathcal{M} \text{ staje na svakom ulazu } \}$ je neodlučiv.

Zadatak:

Da li je jezik $L = \{ \langle \mathcal{M} \rangle \mid \mathcal{M} \text{ je } \mathbf{TM} \text{ t.d. } \mathcal{M} \text{ prihvaća } \varepsilon \}$ odlučiv?

Zadatak:

Da li je jezik $L = \{ \langle \mathcal{M} \rangle \mid \mathcal{M} \text{ je } \mathbf{TM} \text{ t.d. } |L(\mathcal{M})| = \infty \}$ odlučiv?

Zadatak:

Da li je jezik $L = \{ \langle \mathcal{M} \rangle \mid \mathcal{M} \text{ je } \mathbf{TM} \text{ t.d. } \mathcal{M} \text{ prihvaća } w^r \text{ kad god prihvaća } w \}$ odlučiv?

Definicija

Kažemo da je \mathcal{P} netrivialno semantičko svojstvo ako:

- Za sve **TM**-ove \mathcal{M}_1 i \mathcal{M}_2 t.d. je $L(\mathcal{M}_1) = L(\mathcal{M}_2)$ vrijedi:
 $\langle \mathcal{M}_1 \rangle \in \mathcal{P}$ akko $\langle \mathcal{M}_2 \rangle \in \mathcal{P}$;
- Postoje **TM**-ovi \mathcal{M}_1 i \mathcal{M}_2 t.d. $\langle \mathcal{M}_1 \rangle \in \mathcal{P}$ i $\langle \mathcal{M}_2 \rangle \notin \mathcal{P}$.

Teorem (Rice)

Svako netrivialno semantičko svojstvo je neodlučivo.