

Matematička teorija računarstva

Vježbe 20

Matko Botinčan

PMF – Matematički odjel

13.04.2007.

Neodlučivost

Teorem

$A_{\text{TM}} = \{ \langle \mathcal{M}, w \rangle \mid \mathcal{M} \text{ je TM t.d. } \mathcal{M} \text{ prihvaća } w \}$ nije odlučiv.

Posljedica

A_{TM}^c nije rekurzivno prebrojiv.

Redukcije

A je **reducibilan** na B :

\approx rješavanje A nije teže od rješavanja B

\approx rješenje za B daje rješenje za A

Napomena

Ako je A reducibilan na B i B je odlučiv, onda je i A odlučiv.

Napomena

Ako je A reducibilan na B i A nije odlučiv, onda i B nije odlučiv.

Primjer: (Halting problem)

Jezik

$HALT_{\text{TM}} = \{ \langle \mathcal{M}, w \rangle \mid \mathcal{M} \text{ je TM t.d. } \mathcal{M} \text{ staje na ulazu } w \}$ je neodlučiv.

Primjer: (Problem totalnosti)

Jezik $TOTAL_{\text{TM}} = \{ \langle \mathcal{M} \rangle \mid$

\mathcal{M} je **TM** t.d. \mathcal{M} staje na svakom ulazu $\}$ je neodlučiv.

Zadatak:

Da li je jezik $L = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ je TM t.d. } M \text{ prihvaća } \varepsilon \}$ odlučiv?

Zadatak:

Da li je jezik $L = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ je TM t.d. } |L(M)| = \infty \}$ odlučiv?

Zadatak:

Da li je jezik $L = \{ \langle M \rangle \mid M \text{ je TM t.d. } M \text{ prihvaća } w^\tau \text{ kad god prihvaća } w \}$ odlučiv?

Definicija

Kažemo da je \mathcal{P} netrivialno semantičko svojstvo ako:

- Za sve **TM**-ove \mathcal{M}_1 i \mathcal{M}_2 t.d. je $L(\mathcal{M}_1) = L(\mathcal{M}_2)$ vrijedi: $\langle \mathcal{M}_1 \rangle \in \mathcal{P}$ akko $\langle \mathcal{M}_2 \rangle \in \mathcal{P}$;
- Postoje **TM**-ovi \mathcal{M}_1 i \mathcal{M}_2 t.d. $\langle \mathcal{M}_1 \rangle \in \mathcal{P}$ i $\langle \mathcal{M}_2 \rangle \notin \mathcal{P}$.

Teorem (Rice)

Svako netrivialno semantičko svojstvo je neodlučivo.