

# Matematička teorija računarstva

## Vježbe 14

Matko Botinčan

PMF – Matematički odjel

02.02.2007.

# KSG = PDA

## Teorem

$$\{L \subseteq \Sigma^* \mid \exists \text{ KSG } \mathcal{G}. L(\mathcal{G}) = L\} = \{L \subseteq \Sigma^* \mid \exists \text{ PDA } \mathcal{A}. L(\mathcal{A}) = L\}.$$

Napomena za zadatke:

Da bismo dokazali da je jezik  $L$  kontekstno slobodan trebamo:

- ili naći **KS** gramatiku  $\mathcal{G}$  t.d.  $L(\mathcal{G}) = L$
- ili naći **PDA**  $\mathcal{A}$  t.d.  $L(\mathcal{A}) = L$

## Chomskyjeva hijerarhija

Tip gramatika	Pravila produkcije	Klasa jezika
Tip 0	$\alpha \rightarrow \beta$	Rekurzivno prebrojivi
Tip 1	$\alpha A \beta \rightarrow \alpha \gamma \beta$	Kontekstno zavisni
<b>Tip 2</b>	<b><math>A \rightarrow \gamma</math></b>	<b>Kontekstno slobodni</b>
Tip 3	$A \rightarrow aB$ i $A \rightarrow \varepsilon$	Regularni

Klasa jezika	Tip stroja
Rekurzivno prebrojivi	(N. i D.) Turingovi strojevi
Kontekstno zavisni	Linearno ograničeni (N.) Turingovi strojevi
<b>Kontekstno slobodni</b>	<b>(N.) Potisni automati</b>
Regularni	Konačni automati

## Lema o pumpanju za **KS** jezike

Neka je  $L$  kontekstno slobodan jezik. Tada postoji  $n \in \mathbb{N}$  takav da za sve  $w \in L$ ,  $|w| \geq n$  postoje  $u, v, x, y$  i  $z$  sa slijedećim svojstvima:

- $w = uvxyz$
- $|vy| > 0$
- $|vxy| \leq n$
- $\forall i \geq 0 . uv^i xy^i z \in L$  (svojstvo "pumpanja")

Zadatak:

- (a) Dokažite da jezik  $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 0\}$  nije kontekstno slobodan.
- (b) Nađite (kontekstno zavisnu) gramatiku koja generira jezik  $L$ .

Zadatak:

Da li je jezik  $L = \{a^i b^j c^k \mid 0 \leq i \leq j \leq k\}$  kontekstno slobodan?

Zadatak:

Da li je jezik  $L = \{w \cdot w \mid w \in \{0, 1\}^*\}$  kontekstno slobodan?

## Zadatak:

Da li je jezik  $L = \{1^{F_n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ , gdje  $F_n$  predstavlja  $n$ -ti Fibonaccijev broj, kontekstno slobodan?

## Zadatak:

Da li je jezik  $L = \{a^p \mid p \text{ prost broj}\}$  kontekstno slobodan?

## Zadatak:\*

Dokažite ili opovrgnite: svaki jezik sa svojstvom da je svaki njegov podskup kontekstno slobodan je nužno konačan.

## Zadatak:\*

Nađite gramatiku koja generira jezik  $L = \{a^{k^2} \mid k \geq 0\}$ .  
(Hint:  $k^2 = 1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1)$ ).