

Matematička teorija računarstva

Vježbe 12

Matko Botinčan

PMF – Matematički odjel

19.01.2007.

Definicija

Jezik $L \subseteq \Sigma^*$ je *kontekstno slobodan* ako postoji **KS** gramatika \mathcal{G} t.d. $L = L(\mathcal{G})$.

Teorem

Klasa kontekstno slobodnih jezika zatvorena je obzirom na operacije \cup , \cdot i $*$.
Općenito nije zatvorena obzirom na operacije \cap i c .

Teorem

Ako je L kontekstno slobodan, a M regularan jezik, tada je $L \cap M$ kontekstno slobodan.

KS gramatike

Zadatak:

Nađite **KS** gramatiku koja generira jezik
 $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\} \cup \{1^n 0^n \mid n \geq 0\}$.

Zadatak:

Nađite **KS** gramatike koje generiraju slijedeće jezike:

- (i) $L_1 = \{a^n b \mid n \geq 1\}$
- (ii) $L_2 = \{1^{2n} 00 \mid n \geq 1\}$
- (iii) $L_1 L_2$

Zadatak:

Nađite **KS** gramatiku koja generira jezik
 $L = \{(ac)^n (bc)^{2n} \mid n \geq 1\}^*$.

Zadatak:

Dokažite da je jezik $L = \{w \# w^r \# \mid w \in \{0, 1\}^+\}$ kontekstno slobodan.

Zadatak:

Dokažite da je jezik $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 = |w|_1\}$ kontekstno slobodan.

Zadatak:

Dokažite da je jezik $L = \{xy \mid x, y \in \{0, 1\}^*, |x| = |y|\}$ kontekstno slobodan.

Zadatak:

Dokažite da je jezik $L = \{x \# y \mid x, y \in \{0, 1\}^*, x \neq y\}$ kontekstno slobodan.

Definicija

Stablo izvoda u **KS** gramatici $\mathcal{G} = (\Sigma, V, S, P)$ je konačno stablo za koje vrijedi:

- Korijen stabla označen je početnim simbolom, listovi konstantama, a unutarnji čvorovi varijablama;
- Čvor A ima djecu v_1, \dots, v_n akko $A \rightarrow v_1 \dots v_n \in P$.

Definicija

Gramatika \mathcal{G} je **jednoznačna** ako svaka riječ u $L(\mathcal{G})$ ima jedinstveno stablo izvoda; u protivnom, \mathcal{G} je **višeznačna** gramatika.

Definicija

Jezik L je **inherentno višeznačan** ukoliko ne postoji jednoznačna gramatika \mathcal{G} t.d. $L = L(\mathcal{G})$ (tj. svaka gramatika koja generira L je višeznačna).

Primjer:

Dokažite da slijedeća gramatika nije jednoznačna:

$$E \rightarrow N \mid E + E \mid E * E \mid (E)$$

$$N \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid \dots$$

Pronađite jednoznačnu gramatiku koja generira isti jezik.

Zadatak:

Gramatika \mathcal{G} zadana je slijedećim produkcijama:

$$S \rightarrow \text{if } C \text{ then } S \text{ else } S \mid \text{if } C \text{ then } S \mid a \mid b$$

$$C \rightarrow p \mid q$$

Dokažite da je \mathcal{G} višeznačna, te pronadite jednoznačnu gramatiku za $L(\mathcal{G})$.

Zadatak:

Dokažite da je kontekstno slobodan jezik

$$L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0, i = j \text{ ili } j = k\} \text{ inherentno višeznačan.}$$