

Matematička teorija računarstva

Vježbe 11

Matko Botinčan

PMF – Matematički odjel

12.01.2007.

Gramatike

Definicija

Gramatika je uređena četvorka $\mathcal{G} = (\Sigma, V, S, P)$ koja se sastoji od slijedećih komponenti:

- Σ — konačan skup (alfabet) konstanti
- V — konačan skup (alfabet) varijabli
- $S \in V$ — početna varijabla (simbol)
- $P \subseteq (\Sigma \cup V)^* \times (\Sigma \cup V)^*$ — konačan skup produkcija (pravila)

Definicija

Gramatika $\mathcal{G} = (\Sigma, V, S, P)$ je kontekstno slobodna (**KS**) ako je $P \subseteq V \times (\Sigma \cup V)^*$, tj. sve produkcije su oblika:

$$A \rightarrow v \quad (A \in V, v \in (\Sigma \cup V)^*).$$

Neka je $\mathcal{G} = (\Sigma, V, S, P)$ gramatika.

Definicija (relacija neposrednog izvođenja)

$$uvw \Rightarrow uv'w \text{ akko } v \rightarrow v' \in P$$

Definicija (jezik generiran gramatikom)

$$L(\mathcal{G}) = \{v \in \Sigma^* \mid S \Rightarrow^* v\}$$

Zadatak:

Nađite **KS** gramatiku koja generira jezik $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.

DL gramatike

Definicija

Gramatika $\mathcal{G} = (\Sigma, V, S, P)$ je desno linearna (**DL**) ako je svaka produkcija iz P jednog od slijedećih oblika ($A, B \in V, a \in \Sigma$):

- $A \rightarrow aB$
- $A \rightarrow a$
- $A \rightarrow \varepsilon$

Teorem

$$\text{REG} = \text{DL} = \text{NKA}$$

Zadatak:

Odredite koje jezike generiraju slijedeće **DL** gramatike:

- (i) $S \rightarrow aS \mid bS \mid \varepsilon$
- (ii) $S \rightarrow 1A \mid 0S \mid 0$
 $A \rightarrow 1A \mid 1$
- (iii) $S \rightarrow 1A \mid 0B \mid 1$
 $A \rightarrow 0A \mid 1B \mid 0$
 $B \rightarrow 1B \mid 0A \mid 1$
- (iv) $S \rightarrow aA \mid bS \mid bB \mid b \mid bC$
 $A \rightarrow aA \mid aS$
 $B \rightarrow aS \mid bB$
 $C \rightarrow a$

Zadatak:

Nađite **DL** gramatiku koja generira sve konačne nizova 0 i 1 u kojima se ne pojavljuju dvije uzastopne jedinice.

Zadatak:

Nađite **DL** gramatiku koja generira dekadске zapise prirodnih brojeva djeljivih s 3.

Zadatak:

Nađite **DL** gramatiku koja generira jezik $L = ((a + bb)^* + c)^*$.