

# Matematička teorija računarstva

## Vježbe 10

Matko Botinčan

PMF – Matematički odjel

22.12.2006.

## Lema o pumpanju za regularne jezike

Neka je  $L$  regularni jezik. Tada postoji  $n \in \mathbb{N}$  takav da za sve  $w \in L$ ,  $|w| \geq n$  postoje  $x$ ,  $y$  i  $z$  sa slijedećim svojstvima:

- $w = xyz$
- $|y| > 0$  (tj.  $y \neq \varepsilon$ )
- $|xy| \leq n$
- $\forall i \geq 0 . xy^i z \in L$  (svojstvo “pumpanja”)

Zadatak:

Da li je jezik  $L = \{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$  regularan?

Zadatak:

Da li je jezik  $L = \{w \in (0 + 1)^* \mid w \text{ ima jednak broj } 0 \text{ i } 1\}$  regularan?

Zadatak:

Da li je jezik  $L = \{w \cdot w \mid w \in (0 + 1)^*\}$  regularan?

Zadatak:

Da li je jezik  $L = \{0^i 1^j \mid i > j\}$  regularan?

Zadatak:

Da li je jezik  $L = \{w \in (a + b + c)^* \mid |w|_a = 2|w|_b\}$  regularan?

Zadatak:

Pokažite da jezik  $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0, \text{ ako } i = 1 \text{ onda } j = k\}$  zadovoljava uvjete leme o pumpanju iako nije regularan.

Zadatak:

Da li je jezik  $L = \{1^{n^2} \mid n \geq 0\}$  regularan?

Zadatak:

Da li je jezik  $L = \{1^p \mid p \text{ prost}\}$  regularan?

## Podsjetnik: važni teoremi o konačnim automatima

### Teorem

$\exists$  **DKA** koji prepoznaje  $L \subseteq \Sigma^* \Leftrightarrow \{v^{-1}L \mid v \in \Sigma^*\}$  je konačan.

### Napomena

*Automat reziduala je minimalni **DKA** koji prepoznaje dani jezik.*

### Teorem

$\{L \subseteq \Sigma^* \mid L \text{ regularan}\} = \{L \subseteq \Sigma^* \mid \exists \text{ **DKA** } \mathcal{A} \text{ t.d. } L(\mathcal{A}) = L\}$ .

### Teorem

$\{L \subseteq \Sigma^* \mid \exists \text{ **DKA** } \dots\} = \{L \mid \exists \text{ **NKA** } \dots\} = \{L \mid \exists \text{ **NKA}_\epsilon \dots\}**$

Zadatak:

Odredite minimalni **DKA** koji prepoznaje jezik  $L = (a + b)^* ab$ .

Zadatak:

Odredite minimalni **DKA** koji prepoznaje jezik  
 $L = (a + b)^* a(a + b)$ .

Zadatak:

Da li je jezik  $L = \{w \in (a + b)^* \mid \text{predzadnji simbol od } w \text{ je } a\}$  regularan? Odredite sve rezidualne tog jezika.