Matematička teorija računarstva

Vježbe 10

Matko Botinčan

PMF – Matematički odjel

22.12.2006.

Lema o pumpanju za regularne jezike

Neka je L regularni jezik. Tada postoji $n \in \mathbb{N}$ takav da za sve $w \in L$, $|w| \geq n$ postoje x, y i z sa slijedećim svojstvima:

- $w = xyz$
- $|y| > 0$ (tj. $y \neq \varepsilon$)
- $|xy| \leq n$
- $\forall i \geq 0 \,.\, xy^iz \in L$ (svojstvo "pumpanja")

$\boxed{\text{Zadatak:}}$

Da li je jezik $L = \{0^n1^n \mid n \geq 0\}$ regularan?

$\boxed{\text{Zadatak:}}$

Da li je jezik $L = \{w \in (0+1)^* \mid w \text{ ima jednak broj } 0 \text{ i } 1\}$ regularan?

$\boxed{\text{Zadatak:}}$

Da li je jezik $L = \{w \cdot w \mid w \in (0+1)^*\}$ regularan?

$\boxed{\text{Zadatak:}}$

Da li je jezik $L = \{0^i1^j \mid i > j\}$ regularan?

$\boxed{\text{Zadatak:}}$

Da li je jezik $L = \{w \in (a+b+c)^* \mid |w|_a = 2|w|_b\}$ regularan?

$\boxed{\text{Zadatak:}}$

Pokažite da jezik $L = \{a^ib^jc^k \mid i,j,k \geq 0, \text{ ako } i = 1 \text{ onda } j = k\}$ zadovoljava uvjete leme o pumpanju iako nije regularan.

$\boxed{\text{Zadatak:}}$

Da li je jezik $L = \{1^{n^2} \mid n \geq 0\}$ regularan?

$\boxed{\text{Zadatak:}}$

Da li je jezik $L = \{1^p \mid p \text{ prost}\}$ regularan?

Podsjetnik: važni teoremi o konačnim automatima

Teorem

$\exists$ **DKA** *koji prepoznaje* $L \subseteq \Sigma^* \Leftrightarrow \{v^{-1}L \mid v \in \Sigma^*\}$ *je konačan.*

Napomena

Automat reziduala je minimalni **DKA** *koji prepoznaje dani jezik.*

Teorem

$\{L \subseteq \Sigma^* \mid L \text{ regularan}\} = \{L \subseteq \Sigma^* \mid \exists$ **DKA** $\mathcal{A}$ *t.d.* $L(\mathcal{A}) = L\}$.

Teorem

$\{L \subseteq \Sigma^* \mid \exists$ **DKA** $\ldots\} = \{L \mid \exists$ **NKA** $\ldots\} = \{L \mid \exists$ $\mathbf{NKA}_\varepsilon \ldots\}$

Zadatak:

Odredite minimalni **DKA** koji prepoznaje jezik $L = (a+b)^*ab$.

Zadatak:

Odredite minimalni **DKA** koji prepoznaje jezik
$L = (a+b)^*a(a+b)$.

Zadatak:

Da li je jezik $L = \{w \in (a+b)^* \mid \text{predzadnji simbol od } w \text{ je } a\}$ regularan? Odredite sve reziduale tog jezika.