

Matematička teorija računarstva

Vježbe 09

Matko Botinčan

PMF – Matematički odjel

15.12.2006.

Komplement **DKA**

Neka je $\mathcal{A} = (Q, q_0, \delta, F)$ potpuni **DKA** nad alfabetom Σ .

DKA \mathcal{A}^c koji prepoznaje $L(\mathcal{A})^c$ dan je s:

$$\mathcal{A}^c = (Q, q_0, \delta, F^c)$$

Primjer:

Odredite **DKA** nad $\Sigma = \{a, b\}$ koji prepoznaje jezik
 $L = \{w \in \Sigma^* \mid \neg(|w| \equiv 1 \pmod{4})\}$.

Presjek i unija DKA

Neka su $\mathcal{A}_1 = (Q_1, q_{01}, \delta_1, F_1)$ i $\mathcal{A}_2 = (Q_2, q_{02}, \delta_2, F_2)$ dva potpuna **DKA** nad alfabetom Σ .

DKA \mathcal{A}_\cap i \mathcal{A}_\cup za koje vrijedi $L(\mathcal{A}_\cap) = L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2)$ i $L(\mathcal{A}_\cup) = L(\mathcal{A}_1) \cup L(\mathcal{A}_2)$ dani su s:

$$\mathcal{A}_\cap = (Q, q_0, \delta, F_\cap)$$

$$\mathcal{A}_\cup = (Q, q_0, \delta, F_\cup)$$

- $Q = Q_1 \times Q_2$
- $q_0 = (q_{01}, q_{02})$
- $\delta((q_1, q_2), a) = (\delta_1(q_1, a), \delta_2(q_2, a))$
- $F_\cap = F_1 \times F_2$
- $F_\cup = (F_1 \times Q_2) \cup (Q_1 \times F_2)$

Presjek i unija **DKA**

Primjer:

Odredite **DKA** nad $\Sigma = \{a, b\}$ koji prepoznaje jezike

(i) $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a \text{ paran i } |w|_b \text{ neparan}\}$

(ii) $L = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a \text{ paran ili } |w|_b \text{ neparan}\}$

(Upotrijebite produktnu konstrukciju s prethodnog slidea.)

Zadatak:

Neka su dani jezici $L = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_0 \equiv 1 \pmod{3}\}$ i

$M = \{w \in \{0, 1\}^* \mid |w|_1 \equiv 2 \pmod{3}\}$. Konstruirajte automate

koji prepoznaju jezike $L \cap M$ i $L \cup M$.

NKA

Nedeterministički konačni automat (**NKA**) $\mathcal{A} = (Q, Q_0, \delta, F)$ nad alfabetom Σ sastoji se od slijedećih komponenti:

- Q — konačan skup stanja
- $Q_0 \subseteq Q$ — skup početnih stanja
- $\delta \subseteq Q \times \Sigma \times Q$ — relacija prijelaza
($\delta: Q \times \Sigma \rightarrow \mathcal{P}(Q)$)
- $F \subseteq Q$ — skup završnih stanja

NKA_ε

Nedeterministički konačni automat s dopuštenim ε -prijelazima
(NKA_ε) $\mathcal{A} = (Q, Q_0, \delta, F)$ nad alfabetom Σ sastoji se od slijedećih komponenti:

- Q — konačan skup stanja
- $Q_0 \subseteq Q$ — skup početnih stanja
- $\delta \subseteq Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \times Q$ — relacija prijelaza
 ($\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\varepsilon\}) \rightarrow \mathcal{P}(Q)$)
- $F \subseteq Q$ — skup završnih stanja

Zadatak:

Odredite **NKA** nad $\Sigma = \{0, 1\}$ koji prepoznaje jezik $L = \{w \mid \text{treći simbol s kraja riječi } w \text{ je } 1\}$.

Zadatak:

Odredite **NKA_ε** nad $\Sigma = \{0\}$ koji prepoznaje jezik $L = \{w \mid |w| \text{ je djeljiv s } 2 \text{ ili s } 3\}$.

Unija, konkatenacija i iteracija \mathbf{NKA}_ϵ **Zadatak:**

Neka su $\mathcal{A}_1 = (Q_1, Q_{01}, \delta_1, F_1)$ i $\mathcal{A}_2 = (Q_2, Q_{02}, \delta_2, F_2)$ dva \mathbf{NKA}_ϵ . Konstruirajte \mathbf{NKA}_ϵ \mathcal{A} takav da vrijedi:

- (i) $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{A}_1) \cup L(\mathcal{A}_2)$
- (ii) $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{A}_1) \cdot L(\mathcal{A}_2)$
- (iii) $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{A}_1)^*$

Determinizacija NKA

Neka je $\mathcal{A} = (Q, Q_0, \delta, F)$ **NKA** nad alfabetom Σ .

DKA \mathcal{A}' takav da $L(\mathcal{A}') = L(\mathcal{A})$ dan je s:

$$\mathcal{A}' = (Q', q'_0, \delta', F')$$

- $Q' = \mathcal{P}(Q)$
- $q'_0 = Q_0$
- $\delta': \mathcal{P}(Q) \times \Sigma \rightarrow \mathcal{P}(Q)$
 $\delta'(R, a) = \bigcup_{r \in R} \delta(r, a) = \{q \in Q \mid \exists r \in R. q \in \delta(r, a)\}$
- $F' = \{R \subseteq Q \mid R \cap F \neq \emptyset\}$

Determinizacija \mathbf{NKA}_ϵ

Neka je $\mathcal{A} = (Q, Q_0, \delta, F)$ \mathbf{NKA}_ϵ nad alfabetom Σ .

Za $R \subseteq Q$ definiramo:

$$E(R) = \{q \in Q \mid q \text{ je dostiživ iz } R \text{ preko 0 ili više } \epsilon\text{-prijelaza}\}$$

DKA \mathcal{A}' takav da $L(\mathcal{A}') = L(\mathcal{A})$ dan je s:

$$\mathcal{A}' = (Q', q'_0, \delta', F')$$

- $Q' = \mathcal{P}(Q)$
- $q'_0 = E(Q_0)$
- $\delta'(R, a) = \{q \in Q \mid \exists r \in R. q \in E(\delta(r, a))\}$
- $F' = \{R \in Q' \mid R \cap F \neq \emptyset\}$

Zadatak:

Odredite **DKA** nad $\Sigma = \{0, 1\}$ koji prepoznaje jezik

$L = \{w \mid \text{treći simbol s kraja riječi } w \text{ je } 1\}$.

Usporedite dobiveni **DKA** s ranije konstruiranim **NKA**.