

Formalizacija u srednjoškolskoj logici

Luka Mikec

30. lipnja 2023.

Što je formalizacija

Neka značenja:

1. definicija formalnog sustava;
2. transformacija činjenica ili sudova u oblik pogodan za obradu postojećim formalnim sustavima ili algoritmima;
3. korištenje simboličke notacije.

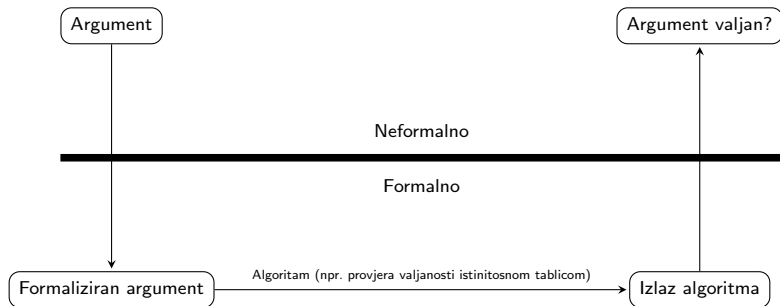
Formalizacija u smislu definicije formalnih sustava

- ▶ *Formalni sustav* jest definicija nizova znakova koji se smatraju formulama, te definicija podskupa tih formula koje zovemo teoremima.
- ▶ Primjer: jedna moguća formalizacija valjanog istinitosno-funkcionalnog zaključivanja jest sistem prirodne dedukcije za logiku sudova.
- ▶ U većini domena postoji hijerarhija činjenica: npr. aritmetika, neke filozofske teorije itd.
- ▶ U većini domena, činjenice koje tvore domenu **nisu** potpuno formalizirane (nigdje osim matematike?).
- ▶ Potreba za formalizacijom u ovom smislu:
 - ▶ 'negativni' rezultati;
 - ▶ 'meta' rezultati.

Formalizacija u smislu transformacije za formalnu obradu

- ▶ Formalizacija u smislu transformacije činjenica ili sudova u oblik pogodan za obradu postojećim formalnim sustavima ili algoritmima.
- ▶ Primjer (obrada algoritmima): transformacija činjenica o željezničkom prometu u format prikladan automatskim sigurnosnim provjerama.
- ▶ Primjer (obrada algoritmima): transformacija sudova (izrečenih u npr. hrvatskom jeziku) u formule kako bi se npr. istinitosnom tablicom provjerila valjanost.
- ▶ Primjer (obrada formalnim sustavima): transformacija sudova (izrečenih u npr. hrvatskom jeziku) u formule koje su premise i konkluzija izvoda u sustavu prirodne dedukcije.
- ▶ Formalizacija u srednjoškolskoj nastavi uglavnom se odnosi na ovaj smisao.

Primjer: formalizacija u srednjoškolskoj logici



Algoritmi: istinitosna tablica, reductio ad absurdum, istinitosno (semantičko) stablo, Vennovi dijagrami.

Formalni sustavi: prirodna dedukcija (logika sudova), prirodna dedukcija (logika prvog reda).

Formalizacija kao alternativna notacija

- ▶ Korištenje simboličke notacije.
- ▶ Primjer: umjesto “rezultat dijeljenja dva i tri pomnožen rezultatom dijeljenja šest i sedam” uvedena je notacija:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7}$$

- ▶ Svrha: prikazati činjenice na način pogodan upotrebi tih činjenica. Primjerice, kraćenje razlomaka.
- ▶ Većina korištenja simbola (u svim disciplinama) dolazi od ovog tipa ‘formalizacije’.

“Jezik”

- ▶ Prirodni jezici: otkrivamo ih.
- ▶ Formalni jezici: umjetne strukture (alfabet; formula).
 - ▶ Prirodni jezici u nekom smislu formalni: zamislivo je da napišemo specifikaciju gdje će 'formule' odgovarati rečenicama jezika.
 - ▶ Većina formalnih jezika nisu prirodni jezici, i općenito nemaju veze s prirodnim jezicima.
- ▶ Jezici logičkih teorija (poput logike sudova) ipak imaju određenu vezu s prirodnim jezicima.
 - ▶ Zahvaćaju aspekte prirodnih jezika vezane uz očuvanje istine.
 - ▶ Formalizacija ih povezuje (ali ne prevodi među njima).
- ▶ Neke bitne razlike na primjeru logike sudova:
 - ▶ formule same po sebi ništa ne tvrde, potrebna je interpretacija da bismo ih 'pročitali';
 - ▶ formule predstavljaju istinitosno-funkcionalnu konfiguraciju u kojoj bi neki sudovi mogli stajati (sami sudovi nisu dio formule).

“Istinitosno-funkcionalno”

- ▶ Funkcije u matematičkom smislu, npr. za “ x je funkcija vrijednosti y i z ”: vrijednost (istinitosna vrijednost u ovom slučaju) od x ovisi samo o istinitosnoj vrijednosti od y i istinitosnoj vrijednosti od z .
- ▶ Formula $p \wedge q$ izražava istinitosno-funkcionalnu ovisnost gdje je sud istinit ako i p i q stoje za istinite sudove.
- ▶ Veza p i q i sudova nije dio formalnog sustava; specificira se (neformalnom, tj. ne-formalnom) interpretacijom.
- ▶ Istinitost tvrdnje “Zemlja je planet i Mjesec je mjesec” ovisi samo o istinitosti sudova “Zemlja je planet” i “Mjesec je mjesec”
- ▶ Istinitost tvrdnje “Kad god kiša pada, ceste su mokre” **ne** ovisi samo istinitosti sudova “Kiša pada” i “Ceste su mokre”
- ▶ Dakle, istinitost se **ne** temelji samo na istinitosno-funkcionalnim odnosima.

Rezime

- ▶ Formalizacija (u kontekstu srednjoškolske logike) jest transformacija sudova (izrečenih u prirodnom jeziku) u sistem simbola koji nije jezik u uobičajenom smislu.
- ▶ Koristimo ju kako bismo mogli iskoristiti određene postupke za provjeru valjanosti argumenata (i druge provjere).
- ▶ Jezici logičkih sustava umjetni su jezici koji ne izražavaju sudove, već (npr. za logiku sudova) istinitosno-funkcionalne konfiguracije.
- ▶ Transformacija iz prirodnog u logičke jezike nije 'prijevod' u uobičajenom smislu.

Materijalni kondicional (1/2)

- ▶ Rečenice oblika “Ako A , onda B ” obično izražavaju neki tip kauzalnosti ili općenito ne-istinitosno-funkcionalne ovisnosti.
- ▶ Formula $p \rightarrow q$ ne zahvaća kauzalnost između A i B .
- ▶ Prikladniji ‘prijevod’ bio bi $(p \rightarrow q) \wedge s$ uz interpretaciju u kojoj s predstavlja kauzalnost između A i B .
- ▶ Odnosi među sudovima (poput kauzalnosti) obično nisu predmet zaključivanja, pa se obično izostavljaju u formalizaciji.

Materijalni kondicional (2/2)

- ▶ Formula $p \rightarrow q$ je 'istinita' kad je antecedent 'neistinit': tako je definiran formalni sustav.
- ▶ Je li "Ako A, onda B" istinito kad je A neistinito? Ne, za istinitost "Ako A, onda B" potreban je i (npr.) kauzalni odnos između A i B.
- ▶ Izvori zabune:
 - ▶ simbol \rightarrow asocira na ako-onda i zovemo ga kondicional, pa se (unatoč formaliziranosti) lako zaboravi da je to simbol bez inherentnog značenja;
 - ▶ formalizacijom se u ovom slučaju gube informacije, povratna transformacija u prirodni jezik bit će manje informativna.

Formalizacija u logici sudova (1/2)

- ▶ Za isti sud (i uz zadanu interpretaciju) možemo pronaći više formalizacija (formula koje izražavaju danu istinitosno-funkcionalnu konfiguraciju).
- ▶ Npr. “Kiša pada i ceste su mokre”: $p \wedge q$, $q \wedge p$,
 $\neg\neg(p \wedge (p \rightarrow q))$.
- ▶ ‘Očuvanje poretka i strukture’ općenito nije moguće (npr. “Ceste su mokre ako kiša pada”); svakako ne utječe na ispravnost formalizacije.

Formalizacija u logici sudova (2/2)

- ▶ Za formalizaciju biramo maksimalno informativnu formulu koja predstavlja sadržanu istinitosno-funkcionalnu konfiguraciju.
- ▶ Postoji li više ne-ekvivalentnih formalizacija istoga suda?
 - ▶ Pretpostavimo da su F i G formalizacije istoga suda. Tada je $(F) \wedge (G)$ informativnija formalizacija.
- ▶ Iznimka: konvencije (kauzalnost u “Ako ..., onda ...”, tenzija u “..., usprkos ...” itd.)
- ▶ Iznimka: npr. “Nijedan paran broj nije prost broj” u logici prvog reda s konstantama za brojeve i relacijskim simbolom za prostost.

Formalizacija sudova i argumenata (1/2)

- ▶ U kontekstu srednjoškolske nastave, formaliziraju se:
 1. sudovi, tj. jedan ili više sudova prirodnog jezika transformira se u jednu ili više formulu;
 2. odnosi među sudovima poput valjanosti argumenata, tj., npr. u slučaju slijeda, niz sudova koji izražavaju slijed transformira se u izvod ili dijagram ili . . . koji sadrži neke formule.

Formalizacija sudova i argumenata (2/2)

- ▶ Ne postoji 'formalizacija' npr. suda "A, dakle B" bez da se specificira formalizira li se kao sud ili kao argument:
 1. formaliziramo li kao sud, prijevod je $p \wedge q$ (zašto konjunkcija?);
 2. formaliziramo li kao argument, prijevod je $\frac{p}{q}$.
- ▶ Niti jedna od tih formalizacija nije vjeran 'prijevod', ali ispunjava odgovarajuću svrhu.

Prezentacija: web.math.pmf.unizg.hr/~lmikec

Mail: luka.mikec@math.hr