Pitanja za prvi kolokvij

Aksiomi projektivne ravnine i afine ravnine

Teorem 1 [Teorem 1.6.4 i korolar 1.6.3 na str. 29 knjige]. Svaka afina ravnina $\mathcal{A}$ može se proširiti "pravcem u beskonačnosti" do projektivne ravnine $\mathcal{P}$. Obratno, ako je $\mathcal{P}$ projektivna ravnina i ℓ_∞ bilo koji njezin pravac, onda je $\mathcal{A} = \mathcal{P} \setminus \ell_\infty$ afina ravnina.

Model projektivnog prostora $\mathrm{PG}(n, F)$

Teorem 2 (Menelaj i Ceva) [Zadaci 11 i 12 na str. 90 knjige]. Neka su $A = \langle a \rangle$, $B = \langle b \rangle$, $C = \langle c \rangle$ nekolinearne točke u $\mathrm{PG}(n, F)$ i $P = \langle b + \alpha c \rangle$, $Q = \langle c + \beta a \rangle$, $R = \langle a + \gamma b \rangle$ točke na pravcima BC, AC, AB (redom). Točke P, Q, R leže na istom pravcu ako i samo ako je $\alpha\beta\gamma = -1$. Pravci AP, BQ, CR prolaze kroz istu točku ako i samo ako je $\alpha\beta\gamma = 1$.

Teorem 3 (Fano) [Zadatak 5 na str. 89 knjige]. Polje F je karakteristike 2 ako i samo ako u projektivnoj ravnini $\mathrm{PG}(2, F)$ za svaki četverovrh $A_1A_2A_3A_4$ vrijedi da su točke $P = A_1A_4 \cap A_2A_3$, $Q = A_2A_4 \cap A_1A_3$ i $R = A_3A_4 \cap A_1A_2$ kolinearne.

Teorem 4 (Dandelinov teorem 16 točaka) [Teorem 2.4.2 na str. 70 knjige]. Neka su $\{\ell_1, \ell_2, \ell_3\}$ i $\{m_1, m_2, m_3\}$ skupovi mimoilaznih pravaca u projektivnom prostoru $\mathrm{PG}(3, F)$ takvi da svaki ℓ_i siječe svaki m_j. Polje F je komutativno ako i samo ako svaka transverzala od $\{\ell_1, \ell_2, \ell_3\}$ siječe svaku transverzalu od $\{m_1, m_2, m_3\}$.

Teorem 5 (Desargues) [Teorem 2.2.1 na str. 60 knjige]. Trovrsi $A_1A_2A_3$ i $B_1B_2B_3$ u $\mathrm{PG}(n, F)$ su centralno perspektivni ako i samo ako su osno perspektivni.

Teorem 6 (Papus) [Teorem 2.2.2 na str. 62 knjige]. Polje F je komutativno ako i samo ako u $\mathrm{PG}(n, F)$ vrijedi: za svaki Papusov šesterovih $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$, sjecišta nasuprotnih stranica $P = A_1A_2 \cap A_4A_5$, $Q = A_2A_3 \cap A_5A_6$ i $R = A_3A_4 \cap A_6A_1$ su kolinearna.

Literatura

A. Beutelspacher, U. Rosenbaum, *Projective Geometry: From Foundations to Applications*, Cambridge University Press, 1998.