Domaća zadaća 4

1. Ako postoji kombinatorička (v_k) konfiguracija, dokažite da vrijedi nejednakost

$$v \geq k^2 - k + 1.$$

   Dokažite da se jednakost $v = k^2 - k + 1$ dostiže ako i samo ako je konfiguracija konačna projektivna ravnina reda $q = k - 1$.

2. Kombinatorička (8_3) konfiguracija naziva se *Möbius-Kantorovom* konfiguracijom. Napišite njezinu incidencijsku matricu. Može li se realizirati kao geometrijska (8_3) konfiguracija?

3. Dobiva li se svaka (10_3) konfiguracija iz Desarguesova teorema, a svaka (9_3) konfiguracija iz Papusova teorema? Koliko postoji bitno različitih (10_3) i (9_3) konfiguracija?

4. Neka je $A_1A_2A_3A_4A_5$ peterovrh u $\mathrm{PG}(n, F)$. Od $\binom{5}{3} = 10$ trojki točaka $\{A_i, A_j, A_k\}$, koliko ih najviše može biti kolinearno?

5. Neka je $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ šesterovrh u $\mathrm{PG}(n, F)$. Od $\binom{6}{3} = 20$ trojki $\{A_i, A_j, A_k\}$, koliko ih najviše može biti kolinearno?

6. U $\mathrm{PG}(3, \mathbb{R})$ zadani su pravci $\ell_1 = \langle (1, 2, 0, 0),\ (1, 0, 2, 0) \rangle$, $\ell_2 = \langle (0, 1, 2, 0),\ (0, 1, 0, 2) \rangle$ i točka $T = (1 : 0 : 0 : 2)$. Odredite transverzalu od $\{\ell_1, \ell_2\}$ koja prolazi kroz T.