

Domaća zadaća 3

1. Odredite homogene koordinate ravnine u projektivnom prostoru $PG(3, \mathbb{R})$ koja sadrži točke $A = (1 : 0 : 2 : 1)$, $B = (1 : 1 : 0 : 2)$ i $C = (0 : 1 : 1 : 3)$.
2. U projektivnom prostoru $PG(3, F)$ dokažite da je presjek svake dvije ravnine pravac. Zadajte s pomoću homogenih koordinata primjer dvaju mimoilaznih pravaca u $PG(3, F)$.
3. Dokažite da svaki skup od tri mimoilazna pravca u $PG(3, \mathbb{R})$ ima beskonačno mnogo transversala. Pokažite primjerom da skup od četiri mimoilazna pravca u $PG(3, \mathbb{R})$ ne mora imati transversalu.
4. Neka su ℓ_1, ℓ_2 i ℓ_3 tri mimoilazna pravca u $PG(3, q)$ (trodimenzionalnom projektivnom prostoru nad konačnim poljem $\mathbb{F}_q$). Koliko transversala ima skup $\{\ell_1, \ell_2\}$, a koliko ima $\{\ell_1, \ell_2, \ell_3\}$?
5. Dokažite da skup od tri mimoilazna pravca u $PG(4, F)$ uvijek ima transversalu, a u $PG(n, F)$, $n \geq 5$ ne mora imati transversalu.
6. Može li se skup točaka realnog trodimenzionalnog projektivnog prostora $PG(3, \mathbb{R})$ ili euklidskog prostora E^3 particionirati na pravce od kojih su svaka dva mimoilazna? Predložite hrvatski naziv za takvu particiju! Engleski naziv je *spread*.
7. Nacrtajte ili zadajte koordinatama skup od deset točaka projektivne ravnine $PG(2, \mathbb{R})$ ili euklidske ravnine E^2 takav da ga deset različitih pravaca siječe u po točno tri točke. Takav skup zovemo (10_3) *konfiguracijom*.