

Domaća zadaća 10

1. Kvadrika $\mathcal{Q}$ u projektivnom prostoru $PG(4, \mathbb{R})$ zadana je jednačbom

$$f(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = x_0x_1 + x_0x_2 - x_3^2 + x_4^2 = 0.$$

- (a) Odredite singularnu točku od $\mathcal{Q}$ i uvjerite se da je $\mathcal{Q}$ konus nad nedegeneriranim kvadrikom u trodimenzionalnom potprostoru.
- (b) Izaberite jednu hiperravninu $\mathcal{H}$ koja je direktni komplement od rad $\mathcal{Q}$ i opišite bazu konusa $\mathcal{Q}' = \mathcal{Q} \cap \mathcal{H}$. Je li $\mathcal{Q}'$ elipsoid ili hiperboloid?
- (c) Kojeg je indeksa $\mathcal{Q}'$, a kojeg $\mathcal{Q}$?

2. Isti tekst kao u prethodnom zadatku za

$$f(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = x_0^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - x_4^2 + 2x_2x_4 = 0.$$

3. Izračunajte radikal, analizirajte i opišite kvadriku u $PG(4, \mathbb{R})$ zadanu jednačbom

$$f(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = x_0^2 - x_1x_2 - x_1x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = 0.$$

4. Izračunajte radikal, analizirajte i opišite kvadriku u $PG(4, \mathbb{R})$ zadanu jednačbom

$$f(x_0, x_1, x_2, x_3, x_4) = x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 - 2x_0x_1 - 2x_2x_3 = 0.$$

5. Koliko točaka sadrže ovoid, hiperboloid i kvadratni konus u konačnom projektivnom prostoru $PG(3, q)$?