

1	2	3	4	5	6	Σ

MATIČNI BROJ

IME I PREZIME

Neeuklidska geometrija - drugi kolokvij, 26.1.2026.

1. **(6 bodova)** Bez korištenja aksioma o paralelama dokažite: ako postoji pravokutnik, onda je u svakom trokutu zbroj mjera kutova $\alpha + \beta + \gamma = \pi$.
2. **(6 bodova)** Neka je $\angle(\vec{p}, \vec{q})$ kut i T točka u njegovoj unutrašnjosti. Bez korištenja aksioma o paralelama dokažite da T leži na simetrali tog kuta ako i samo ako je jednako udaljena od krakova p i q .
3. **(6 bodova)** Dokažite da svaki trokut u euklidskoj i u hiperboličnoj ravnini ima upisanu kružnicu. **Uputa:** koristeći teorem o prečki dokažite da se simetrale dvaju kutova trokuta sijeku. Zatim dokažite da njihovo sjecište leži na simetrali trećeg kuta trokuta.
4. **(6 bodova)** Definirajte defekt trokuta i dokažite da svaki hiperbolični trokut ima pozitivan defekt.
5. **(6 bodova)** Dokažite da je skup svih polumjera kružnica upisanih u hiperbolične trokute omeđen odozgo i odredite mu supremum. **Uputa:** koristite formulu Bolyai-Lobačevskog za kut paralelnosti $\text{tg } \Pi(x) = \frac{1}{\text{sh } x}$ te formule $\text{tg } \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ i $\text{arsh } x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$.
6. **(5 bodova)** Za svaku od sljedećih tvrdnji napišite vrijedi li u euklidskoj ravnini (E: T ili N) i vrijedi li u hiperboličnoj ravnini (H: T ili N).
 1. Neka su A , B i C tri točke u jednoj od poluravnina određenih pravcem ℓ . Ako je $d(A, \ell) = d(B, \ell) = d(C, \ell)$, onda su A , B i C kolinearne.
 2. Ako su svi kutevi četverokuta $ABCD$ i $A'B'C'D'$ sukladni ($\alpha = \beta = \gamma = \delta = \alpha' = \beta' = \gamma' = \delta'$), onda ta dva četverokuta imaju istu površinu.
 3. Ako su svi kutevi četverokuta $ABCD$ i $A'B'C'D'$ sukladni ($\alpha = \beta = \gamma = \delta = \alpha' = \beta' = \gamma' = \delta'$), onda su ta dva četverokuta sukladna.
 4. Ako je mjera kuta α fiksna, udaljenost odgovarajućeg vrha A od nasuprotne stranice BC trokuta ABC može biti po volji velika.
 5. Polumjer opisane kružnice trokuta može biti po volji velik.

Na kolokviju je dozvoljeno koristiti pribor za pisanje i kalkulator.

Vedran Krčadinac