

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ

MATIČNI BROJ

IME I PREZIME

Neeuklidska geometrija - prvi kolokvij, 17.11.2025.

1. (4 boda) Definirajte skalarni i vektorski produkt u prostoru Minkowskog. Iskažite i dokažite Lagrangeov identitet.
2. (4 boda) Dokažite Jacobijev identitet za vektorski produkt u prostoru Minkowskog: $A \times (B \times C) + B \times (C \times A) + C \times (A \times B) = 0$, $\forall A, B, C \in \mathbb{R}^3$.
3. (5 bodova) Neka je $T = (0, 0, 1)$ točka i p pravac s polom $n = (1, 1, 1)$ u modelu H^2 . Odredite polove svih pravaca kroz točku T koji: (a) su paralelni s pravcem p , (b) su ultraparalelni s pravcem p , (c) sijeku pravac p .
4. (5 bodova) Napišite formulu za udaljenost $d(P, Q)$ točaka $P, Q \in H^2$. Izvedite jediničnu parametrizaciju $\alpha(t)$ pravca kroz P i Q te dokažite

$$d(\alpha(t_1), \alpha(t_2)) = |t_1 - t_2|, \quad \forall t_1, t_2 \in \mathbb{R}.$$

5. (4 boda) Neka su n_1, n_2, n_3 polovi triju pravaca u modelu H^2 . Ako za $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ vrijedi $\alpha n_1 + \beta n_2 + \gamma n_3 = 0$ i ako se neka dva od tih triju pravaca sijeku, dokažite da tada sva tri pravca prolaze kroz istu točku.
6. (3 boda) *Visina* trokuta je pravac koji prolazi kroz jedan od vrhova i okomit je na spojnicu druga dva vrha. Za trokut ABC u modelu H^2 , napišite formule za polove visina kroz svaki od vrhova A, B i C .
7. (5 bodova) Neka je ABC trokut u modelu H^2 i neka se neke dvije od njegovih triju visina sijeku u točki O . Dokažite da tada i treća visina prolazi kroz točku O (*ortocentar* trokuta).
8. (5 bodova) Postoji li u modelu H^2 trokut koji nema ortocentar?
Uputa: promotrite trokut s jednim kutem većim od 120° .

Na kolokviju je dozvoljeno koristiti pribor za pisanje i kalkulator. U rješenjima zadataka možete se pozivati na tvrdnje iz prethodnih zadataka bez obzira jeste li ih riješili!

Vedran Krčadinac