

Domaća zadaća 3

1. Dokažite adicijske formule za hiperbolni kosinus i sinus:

$$\operatorname{ch}(x \pm y) = \operatorname{ch} x \operatorname{ch} y \pm \operatorname{sh} x \operatorname{sh} y,$$

$$\operatorname{sh}(x \pm y) = \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y \pm \operatorname{ch} x \operatorname{sh} y.$$

2. Neka su ℓ_1 i ℓ_2 različiti pravci u H^2 s polovima n_1 i n_2 . Dokažite: ℓ_1 i ℓ_2 se sijeku ako i samo ako je $|b(n_1, n_2)| < 1$.
3. Neka su $A = (-2, -2, 3)$ i $B = (4, -8, 9)$ točke hiperbolične ravnine H^2 . Odredite prirodne parametrizacije pravca AB s početkom u točki A i u točki B . Točnije, odredite jedinične prostorne vektore u i v takve da $\alpha(t) = (\operatorname{ch} t)A + (\operatorname{sh} t)u$ i $\beta(t) = (\operatorname{ch} t)B + (\operatorname{sh} t)v$ budu parametrizacije duljinom luka pravca AB . Jesu li vektori u i v proporcionalni?
4. Ako su A i B točke iz H^2 , dokažite da je $P = \frac{1}{\|A+B\|} (A+B)$ polovište dužine $\overline{AB}$, tj. da je P točka iz H^2 koja leži na pravcu AB i jednako je udaljena od A i B .
5. Neka su $A = (0, 0, 1)$, $B = (-2, -2, 3) \in H^2$. Odredite pol i parametrizaciju simetrane dužine $\overline{AB}$.
6. Dokažite u modelu H^2 da se težišnice trokuta sijeku u jednoj točki.
7. Neka je P točka i ℓ pravac s polom n . Izvedite u modelu H^2 formule za nožište okomice iz P na ℓ i udaljenost točke P od pravca ℓ .
8. Vrijedi li u modelu H^2 da se visine trokuta sijeku u jednoj točki?