

Domaća zadaća 2

1. Neka su $A = (-2, -2, 3)$ i $B = (4, -8, 9)$ točke hiperbolične ravnine H^2 . Odredite pol (jediničnu normalu) pravca AB .
2. Neka su ℓ_1 i ℓ_2 pravci hiperbolične ravnine H^2 s polovima $n_1 = \frac{1}{2}(\sqrt{6}, 0, \sqrt{2})$ i $n_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{6}, \sqrt{6}, 2\sqrt{2})$. Odredite sjecište ta dva pravca.
3. Neka je ℓ pravac s polom $n = (3, 1, 3)$ i $T = (2, 2, 3)$ točka u H^2 . Odredite polove paralela s ℓ kroz T , bar tri ultraparalele s ℓ kroz T i okomice na ℓ kroz T .
4. Neka su ℓ_1 i ℓ_2 pravci s polovima $n_1 = (1, 2, 2)$ i $n_2 = (2, -1, 2)$. Dokažite da su ℓ_1 i ℓ_2 ultraparalelni i odredite pol njihove zajedničke normale.
5. Dokažite adicijske formule za hiperbolni kosinus i sinus:

$$\operatorname{ch}(x \pm y) = \operatorname{ch} x \operatorname{ch} y \pm \operatorname{sh} x \operatorname{sh} y,$$

$$\operatorname{sh}(x \pm y) = \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y \pm \operatorname{ch} x \operatorname{sh} y.$$

6. Za točke A i B iz 1. zadatka odredite prirodne parametrizacije pravca AB s početkom u točki A i u točki B . Točnije, odredite jedinične prostorne vektore u i v takve da $\alpha(t) = (\operatorname{ch} t)A + (\operatorname{sh} t)u$ i $\beta(t) = (\operatorname{ch} B) + (\operatorname{sh} t)v$ budu parametrizacije duljinom luka pravca AB . Jesu li vektori u i v proporcionalni?
7. Ako su A i B točke iz H^2 , dokažite da je $P = \frac{1}{\|A+B\|}(A+B)$ polovište dužine \overline{AB} , tj. da je P točka iz H^2 koja leži na pravcu AB i jednako je udaljena od A i B .
8. Neka su $A = (0, 0, 1)$, $B = (-2, -2, 3) \in H^2$. Odredite pol i parametrizaciju simetrane dužine \overline{AB} .
9. Dokažite u modelu H^2 da se težišnice trokuta sijeku u jednoj točki.
10. Vrijedi li u modelu H^2 da se visine trokuta sijeku u jednoj točki?