

1	2	3	4	5	Σ

MATIČNI BROJ

IME I PREZIME

Neeuklidska geometrija - drugi kolokvij, 27.1.2020.

1. **(6 bodova)** Bez korištenja aksioma o paralelama dokažite: ako četverokut ima četiri prava kuta, onda su mu nasuprotne stranice sukladne. Vrijedi li obratna implikacija u euklidskoj ravnini? A u hiperboličkoj ravnini?
2. **(6 bodova)** Bez korištenja aksioma o paralelama dokažite: nasuprotne stranice četverokuta su sukladne ako i samo ako mu se dijagonale raspolavljaju. Takav četverokut nazivamo *paralelogramom*.
3. **(5 bodova)** Za svaku od sljedećih tvrdnji napišite vrijedi li u euklidskoj ravnini (E: T ili N) i vrijedi li u hiperboličkoj ravnini (H: T ili N).
 1. Neka su p i q okomiti pravci. Postoji pravac ℓ koji ne siječe niti p , niti q .
 2. Ako četverokut ima tri prava kuta, onda je taj četverokut paralelogram.
 3. Ako jedna dijagonala dijeli četverokut na dva sukladna trokuta, onda je taj četverokut paralelogram.
 4. Za svaki $\alpha \in \langle 0, \frac{\pi}{4} \rangle$ postoji jednakokračan pravokutan trokut s kutom mjere α .
 5. Trokut sa zadanim mjerama dvaju kutova α, β može imati površinu po volji blizu nule.
4. **(5+5+2 bodova)**
 - a) Definirajte paralelne i ultraparalelne pravce u hiperboličkoj ravnini. Dokažite da u hiperboličkoj ravnini nasuprotne stranice paralelograma leže na ultraparalelnim pravcima.
 - b) Dokažite da za svaka dva ultraparalelna pravca i za svaki $a > 0$ postoji paralelogram sa stranicama duljine a na ta dva pravca. Je li takav paralelogram jedinstven?
 - c) Mogu li nasuprotne stranice četverokuta ležati na ultraparalelnim pravcima, a da taj četverokut ne bude paralelogram? Odgovor obrazložite!
5. **(6 bodova)** Definirajte defekt trokuta i dokažite da u hiperboličkoj ravnini svaki trokut ima pozitivan defekt.

Na kolokviju je dozvoljeno koristiti pribor za pisanje i kalkulator.

Vedran Krčadinac