

1	2	3	4	5	6	Σ

MATIČNI BROJ

IME I PREZIME

Neeuklidska geometrija - drugi kolokvij, 29.1.2018.

1. **(6 bodova)** Neka su duljine stranica i mjere kuteva trokuta ABC i $A'B'C'$ označene standardno. Ako je $a = a'$, $b = b'$ i $\gamma < \gamma'$, dokažite da je $c < c'$. Napišite eksplicitni izraz za c kao funkcije od a , b i γ u euklidskoj i u hiperboličkoj ravnini.
2. **(5 bodova)** Za svaku od sljedećih tvrdnji napišite vrijedi li u euklidskoj ravnini (E: T ili N) i vrijedi li u hiperboličkoj ravnini (H: T ili N).
 1. Neka su k , ℓ i m različiti pravci. Ako je $k \cap \ell = \emptyset$ i $\ell \cap m = \emptyset$, onda je $k \cap m = \emptyset$.
 2. Postoje pravci koji se ne sijeku, a nemaju zajedničku normalu.
 3. Zbroj duljina bilo koje dvije stranice trokuta veći je od duljine treće stranice tog trokuta.
 4. Dva trokuta imaju jednake površine ako i samo ako su sukladni.
 5. Opseg kruga je proporcionalan njegovom polumjeru.
3. **(6 bodova)** Definirajte kut paralelnosti $\Pi : \langle 0, +\infty \rangle \rightarrow \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle$ u hiperboličkoj ravnini i dokažite da je strogo padajuća funkcija.
4. **(6 bodova)** Definirajte paralelnost i ultraparalelnost pravaca hiperboličke ravnine. Ako su ℓ i m paralelni pravci, dokažite da za svaki $x > 0$ postoji točka $T \in \ell$ takva da je $d(T, m) = x$.
5. **(6 bodova)** *Pseudopravokutnik* je četverokut kojem su sva četiri kuta sukladna. Dokažite da su nasuprotne stranice pseudopravokutnika sukladne i da leže na ultraparalelnim pravcima.
6. **(6 bodova)** Izvedite formulu za površinu hiperboličkog pravokutnog trokuta s katetama duljine a i b .

Uputa: primijenite funkciju sinus na defekt tog trokuta i koristite hiperbolički Pitagorin teorem $\text{ch } c = \text{ch } a \cdot \text{ch } b$, trigonometrijske identitete $\sin \alpha = \frac{\text{sh } a}{\text{sh } c}$, $\sin \beta = \frac{\text{sh } b}{\text{sh } c}$, $\cos \alpha = \frac{\text{th } b}{\text{th } c}$, $\cos \beta = \frac{\text{th } a}{\text{th } c}$ i adicijonu formulu za kosinus $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$.

Na kolokviju je dozvoljeno koristiti pribor za pisanje i kalkulator. Sva ostala pomagala su zabranjena.

Vedran Krčadinac