

1	2	3	4	5	6	7	Σ

MATIČNI BROJ

IME I PREZIME

Neeuklidska geometrija - popravni kolokvij, 13.2.2017.

1. (10 bodova) Definirajte vektorski produkt u prostoru Minkowskog i dokažite da ima svojstva $x \times y = -y \times x$ i $(x + y) \times z = x \times z + y \times z$.
2. (10 bodova) Neka je $T = (2, 2, 3)$ točka i ℓ_1, ℓ_2 pravci kroz točku T s vektorima smjera $u_1 = \sqrt{2}(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 2)$, $u_2 = \sqrt{2}(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0)$ u modelu H^2 .
 - (a) Pod kojim se kutom sijeku pravci ℓ_1 i ℓ_2 ?
 - (b) Izračunajte polove pravaca ℓ_1 i ℓ_2 .
 - (c) Izračunajte pol i vektor smjera simetrale kuta s vrhom T i krakovima određenim s u_1 i u_2 .
3. (10 bodova) Za svaku od sljedećih tvrdnji napišite vrijedi li u euklidskoj ravnini (E: T ili N) i vrijedi li u hiperboličkoj ravnini (H: T ili N).
 1. Ako se dva trokuta podudaraju u dvije stranice i jednom kutu, onda su sukladni.
 2. Ako se dva trokuta podudaraju u dva kuta i jednoj stranici, onda su sukladni.
 3. Svaka dva pravca koji se ne sijeku imaju zajedničku normalu.
 4. Površina pravokutnog trokuta može biti po volji velik broj.
 5. Duljina hipotenuze pravokutnog trokuta može biti po volji velik broj.
4. (10 bodova) Bez korištenja aksioma o paralelama dokažite karakterizaciju: četverokut ima sukladne nasuprotne stranice ako i samo ako mu se dijagonale raspolavljaju. Na kakvim pravcima leže nasuprotne stranice takvog četverokuta u hiperboličkoj ravnini (asimptotskim, ultraparalelnim ili pravcima koji se sijeku) i zašto?
5. (10 bodova) Dokažite: ako su odgovarajući kutevi trokuta $\triangle ABC$ i $\triangle A'B'C'$ u hiperboličkoj ravnini sukladni ($\alpha = \alpha'$, $\beta = \beta'$ i $\gamma = \gamma'$), onda su ta dva trokuta sukladna.
6. (10 bodova) Definirajte što znači da su usmjereni pravci ℓ i m asimptotski. Dokažite da definicija ne ovisi o izboru točke T na ℓ . Koja svojstva ima ta relacija i kako pomoću nje definiramo nepravu točku hiperboličke ravnine?
7. (10 bodova) Definirajte Saccherijev četverokut, njegove osnovice i krakove. Dokažite da je spojnica polovišta osnovica okomita na obje osnovice.