

1	2	3	4	5	6	Σ

MATIČNI BROJ

IME I PREZIME

Neeuklidska geometrija - drugi kolokvij, 30.1.2017.

- (5 bodova)** Neka su α , β i γ mjere kuteva trokuta. Bez korištenja aksioma o paralelama dokažite da je $\alpha + \beta + \gamma \leq \pi$.
- (6 bodova)** *Romb* je četverokut kojem su sve četiri stranice sukladne. Bez korištenja aksioma o paralelama dokažite karakterizaciju: četverokut je romb ako i samo ako mu se dijagonale raspolavljaju i sijeku pod pravim kutem. Na kakvim pravcima leže nasuprotne stranice romba u hiperboličkoj ravnini (asimptotskim, ultraparalelnim ili pravcima koji se sijeku) i zašto?
- (6 bodova)** Za svaku od sljedećih tvrdnji napišite vrijedi li u euklidskoj ravnini (E: T ili N) i vrijedi li u hiperboličkoj ravnini (H: T ili N).
 - Za svaku točku T i pravac p , postoji pravac q kroz T okomit na p .
 - Neka su p , q , r , s četiri pravca. Ako je $p \perp q$, $q \perp r$ i $r \perp s$, onda je $s \perp p$.
 - U unutrašnjost oštrog kuta moguće je smjestiti pravac koji ne siječe njegove krakove.
 - U unutrašnjost trokuta moguće je smjestiti pravac koji ne siječe njegove stranice.
 - Mjere kuteva trokuta α , β i γ jednoznačno određuju duljine stranica tog trokuta.
 - Mjere triju kuteva četverokuta α , β i γ jednoznačno određuju mjeru četvrtog kuta δ .
- (6 bodova)** Za broj $x > 0$ definirajte kut paralelnosti $\Pi(x)$. Dokažite da je definicija dobra, tj. ne ovisi o izboru točaka i pravaca hiperboličke ravnine. Koja svojstva ima funkcija Π u hiperboličkoj ravnini?
- (6 bodova)** Napišite hiperbolički kosinusov teorem. Izvedite iz njega formulu za kosinus kuta pravokutnog trokuta s katetama a , b i hipotenuzom c :

$$\cos \alpha = \frac{\operatorname{th} b}{\operatorname{th} c}.$$

- (6 bodova)** Definirajte Lambertov četverokut. Neka su $ABCD$ i $A'B'C'D'$ dva Lambertova četverokuta s mjerama oštrog kuta δ i δ' . Dokažite: ako je $\delta = \delta'$ i $|AB| = |A'B'|$, onda su ta dva četverokuta sukladna (tj. sve odgovarajuće stranice su sukladne). **Uputa:** prvo dokažite da je $|BC| = |B'C'|$ tako da pretpostavite suprotno. Za drugi dio dokaza, da iz sukladnosti ta dva para stranica slijedi sukladnost preostala dva para stranica, dobiva se 2 boda bez obzira jeste li dokazali prvi dio.