| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Σ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |

MATIČNI BROJ ______ IME I PREZIME ______

# Neeuklidska geometrija - prvi kolokvij, 21.11.2016.

**1. (4 boda)** Dokažite da se svaka ortonormirana baza prostora Minkowskog sastoji od dva prostorna i jednog vremenskog vektora.

**2. (4 boda)** Neka su $u$, $v$, $w$ vektori u prostoru Minkowskog takvi da je $u \times v \neq 0$, $u \times w \neq 0$ i $v \times w \neq 0$. Ako je skup $\{u, v, w\}$ linearno zavisan, dokažite da su tada sva tri vektora $u \times v$, $u \times w$ i $v \times w$ istog tipa (prostorni, vremenski ili svjetlosni). Primjerima pokažite da su sva tri slučaja moguća.

**3. (4 boda)** Definirajte pravac, polupravac i kut u modelu $H^2$. Kako se izračunava mjera kuta i udaljenost točaka u $H^2$?

**4. (4 boda)** U modelu $H^2$ dokažite teorem o kosinusu: $\cos\gamma = \dfrac{\operatorname{ch} a \operatorname{ch} b - \operatorname{ch} c}{\operatorname{sh} a \operatorname{sh} b}$.

**5. (5 bodova)** Neka su $A = (0, 0, 1)$, $B = (2, 2, 3)$ i $C = (4, 8, 9)$ točke iz $H^2$. Odredite polovišta stranica, polove pravaca $BC$, $AC$, $AB$ i polove simetrala stranica trokuta $ABC$. Sijeku li se simetrale u istoj točki? Ima li taj trokut opisanu kružnicu?

**6. (5 bodova)** Neka je $ABC$ trokut u $H^2$ i $P$, $Q$, $R$ redom polovišta stranica $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ i $\overline{AB}$. Dokažite da se težišnice $AP$, $BQ$ i $CR$ sijeku u istoj točki $T = \frac{A+B+C}{\|A+B+C\|}$ (težištu trokuta).

**7. (4 boda)** Iskažite aksiome 2 i 3 te definirajte dužinu i polovište dužine. Dokažite da svaka dužina ima polovište.

**8. (5 bodova)** Dokažite da za svaki pravac $\ell$ i točku $P \notin \ell$ postoji jedinstvena okomica na $\ell$ kroz $P$.