

Domaća zadaća 6

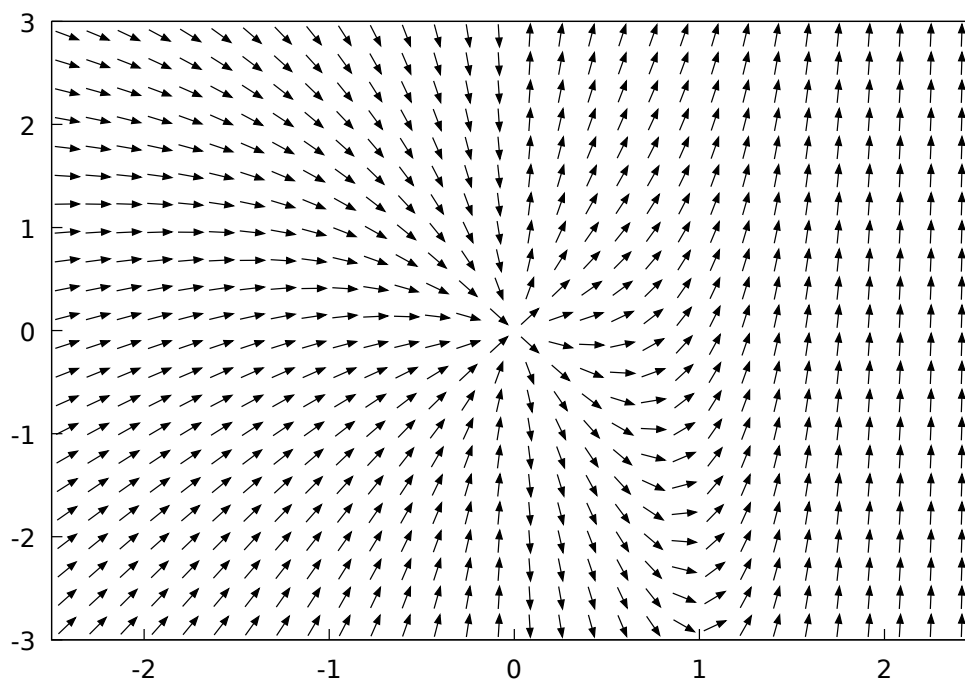
Nadite opća rješenja diferencijalnih jednačbi.

1. $y' + y = e^{2x}$
2. $xy' + (1 - x)y = e^{2x}$
3. $(x^2 - 4)y' = y$
4. $(y - 1)y' = e^{x+2y} \sin x$

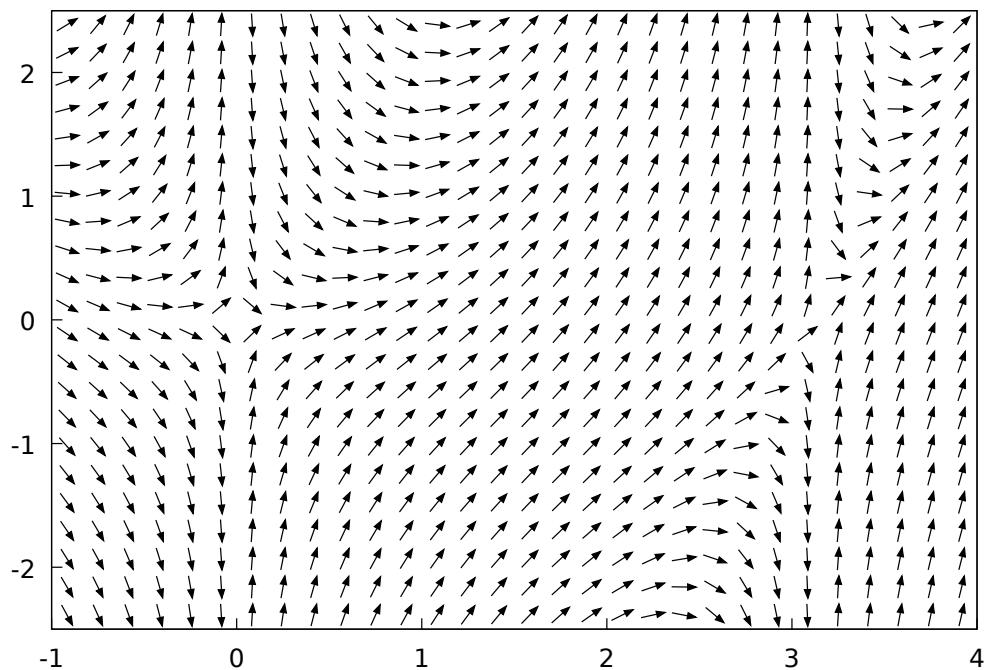
Nadite rješenja diferencijalnih jednačbi koja zadovoljavaju zadane početne uvjete.

5. $y' = -2y, y(1) = 5$
6. $y' = x^2 + 1, y(0) = 5$
7. $y' = y^2 + 1, y(0) = 1$
8. $y' = y^2 - 1, y(0) = 0$
9. $y' = 2y(3 - y), y(1) = 5$
10. $y' = y(10 - y), y(0) = \frac{1}{2}$

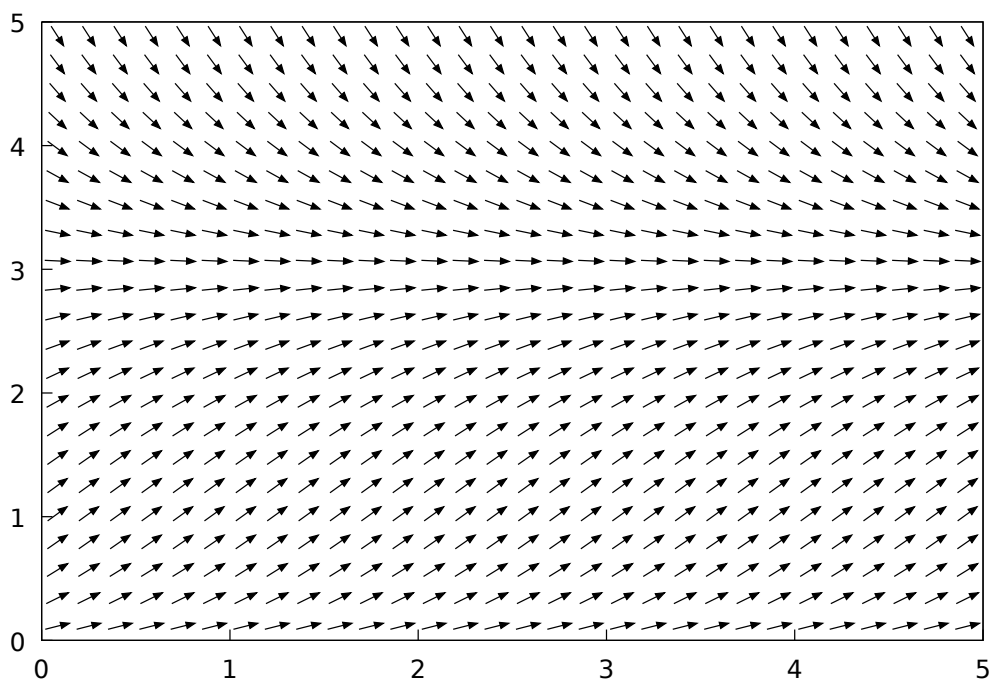
11. Riješite diferencijalnu jednačbu $y' - \frac{1}{x} \cdot y = x^2 e^x, y(-1) = 1$. Skicirajte graf rješenja u polju smjerova:



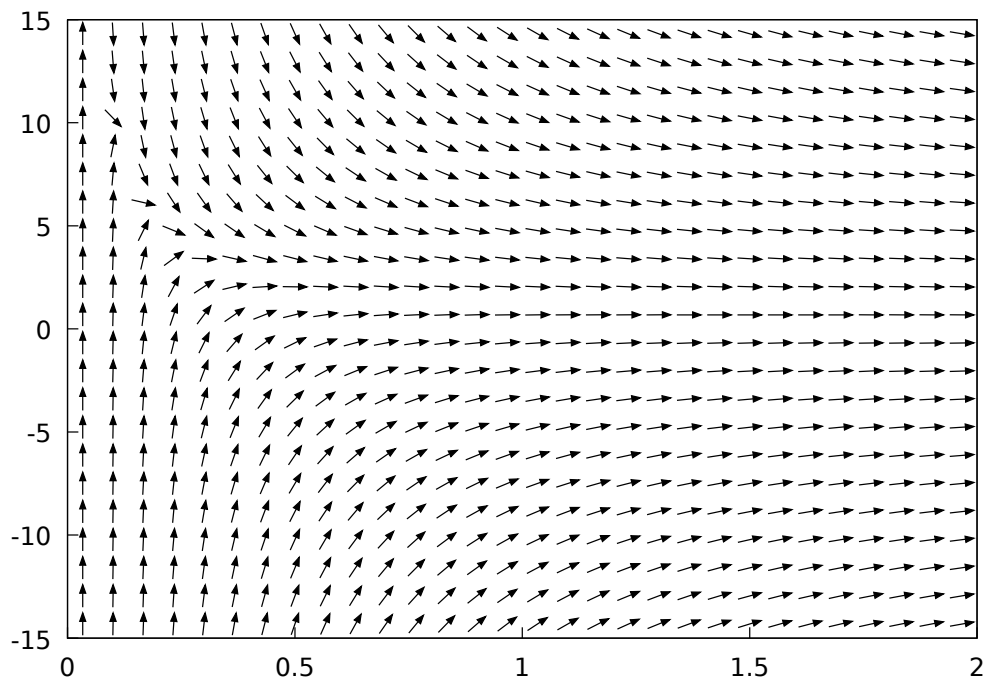
12. Riješite diferencijalnu jednađbu $y' + \frac{\cos x}{\sin x} \cdot y = x$, $y(\frac{\pi}{2}) = 0$. Skicirajte graf rješenja u polju smjerova:



13. Riješite diferencijalnu jednađbu $e^{y'/y} = \frac{3}{y}$, $y(0) = 3e^{-2}$. Skicirajte graf rješenja u polju smjerova:



14. Riješite diferencijalnu jednačinu $y' + \frac{1}{x^2} \cdot y = \frac{1}{x^3}$, $y(1) = 0$. Skicirajte graf rješenja u polju smjerova:



15. Jezero ima volumen 6800 m^3 . Voda utječe i istječe iz jezera istom brzinom od 170 litara u sekundi. Koncentracija kemikalije X u jezeru i u dolaznom vodenom toku iznosi 0.7 mg/l . Ako obližnja tvornica ispusti 5.24 kilograma kemikalije X u jezero, nakon koliko vremena će koncentracija kemikalije X u jezeru pasti ispod kritične granice od 1 mg/l ?

Rješenja

1. $y = Ce^{-x} + \frac{1}{3} e^{2x}$

2. $y = \frac{e^x(e^x + C)}{x}$

3. $y = C \cdot \sqrt[4]{\frac{x-2}{x+2}}$

4. $(2y - 1)e^{-2y} = 2e^x(\cos x - \sin x) + C$

5. $y = 5e^{2-2x}$

6. $y = \frac{1}{3}x^3 + x + 5$

7. $y = \operatorname{tg}(x + \frac{\pi}{4})$

8. $y = \frac{1 - e^{2x}}{1 + e^{2x}}$

9. $y = \frac{15}{5 - 2e^{6-6x}}$

10. $y = \frac{10e^{10x}}{19 + e^{10x}}$

11. $y = x \left(\frac{2}{e} - 1 + (x - 1)e^x \right)$

12. $y = \frac{\sin(x) - 1 - x \cos(x)}{\sin(x)}$

13. $y = 3e^{-2e^{-x}}$

14. $y = \frac{1}{x} + 1 - 2e^{\frac{1}{x}-1}$

15. Nakon 37736 sekundi, tj. nakon 10.48 sati.