

Kombinatorika 2025./26., najavljena pitanja za drugi kolokvij

Teorem 7.14. Za svake dvije funkcije $f, g \in I(P)$ ekvivalentno je

$$(a) \quad g(x, y) = \sum_{z \in [x, y]} f(x, z), \quad (b) \quad f(x, y) = \sum_{z \in [x, y]} g(x, z) \mu(z, y).$$

Teorem 7.19. (P. Hall) $\mu(x, y) = \sum_{L \in S_{x, y}} \text{sgn}(L).$

Propozicija 9.2. Vrijedi $R(r, s) \leq \binom{r+s-2}{r-1}$ i $R(k, k) < 4^{k-1}$.

Teorem 9.3. (Erdős) Ako je $\binom{n}{k} 2^{1-\binom{k}{2}} < 1$, onda vrijedi $R(k, k) > n$. Za sve $k \geq 3$ vrijedi $R(k, k) > \lfloor 2^{k/2} \rfloor$.

Teorem 9.8. (Nejednakost LYM) Za svaku Spernerovu familiju $\mathcal{F}$ podskupova n -članog skupa vrijedi $\sum_{A \in \mathcal{F}} \binom{n}{|A|}^{-1} \leq 1$.

Teorem 10.15. $\frac{1}{(1-z)^{m+1}} = \sum_{n \geq 0} \binom{m+n}{m} z^n$.

Teorem 10.31. Neka je $(F_k(z))_{k \in \mathbb{N}_0}$ niz u $\mathbb{C}[[z]]$. Svaka od sljedećih tvrdnji ekvivalentna je s tvrdnjom $\lim_{k \rightarrow \infty} \text{ord } F_k(z) = +\infty$:

- (a) $\lim_{k \rightarrow \infty} F_k(z) = 0$,
- (b) $\sum_{k \geq 0} F_k(z)$ konvergira,
- (c) $\prod_{k \geq 0} (1 + F_k(z))$ konvergira, uz dodatnu pretpostavku $\text{ord } F_k(z) > 0, \forall k \in \mathbb{N}_0$.

Dokaz: samo ekvivalencija s tvrdnjom (a)!