

1	2	3	4	5	Σ

MATIČNI BROJ

IME I PREZIME

Kombinatorika - prvi kolokvij, 26.11.2025.

- Metodom parcijalne sumacije izračunajte $\sum_{k=1}^n \binom{k}{2} 3^k$.
- Definirajte Stirlingove brojeve prve vrste i dokažite da zadovoljavaju rekurziju

$$\begin{bmatrix} n \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n-1 \\ k-1 \end{bmatrix} + (n-1) \begin{bmatrix} n-1 \\ k \end{bmatrix}.$$

- Izvedite formulu za broj k -dimenzionalnih potprostora n -dimenzionalnog vektorskog prostora nad konačnim poljem \mathbb{F}_q . Dokažite da je riječ o polinomu stupnja $k(n-k)$ u varijabli q .
- Za prirodan broj $n \geq 2$, neka su $\text{dg}(\mu)$ i $\text{dg}(\nu)$ Ferrersove ploče particija $\mu = (n, n, n)$ i $\nu = (n+2, n, n-2)$. Dokažite da su te dvije ploče topovski ekvivalentne i napišite njihov topovski polinom.
- Kartaška igra *minisnap* igra se s dva špila od šest karata označenih brojevima $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Dva igrača dobiju svaki po jedan špil, promiješaju karte i u svakoj "rundi" pokazuju kartu s vrha. Ako brojevi na pokazanim kartama daju isti ostatak pri dijeljenju s 3, to je *snap* i igra se prekida. U suprotnom, pokazane karte stavljaju se u stranu i igra se nastavlja s preostalim kartama. Koja je vjerojatnost da će igrači odigrati svih šest "runda" bez da se dogodi *snap*? **Uputa:** postavite kao problem prebrojavanja permutacija sa zabranjenim pozicijama.

Na kolokviju je dozvoljeno koristiti pribor za pisanje i kalkulator. Svaki zadatak vrijedi 6 bodova.

Vedran Krčadinac