

## Domaća zadaća 6

1. Na koliko načina možemo izabrati 5 karata iz špila od 32 karte (po 8 karata u četiri boje: ♠, ♠, ♡, ♣) tako da imamo bar jednu kartu svake boje?
2. Koliko ima podskupova od  $\{1, 2, \dots, 6n\}$  koji sadrže bar jedan paran broj i bar jedan broj djeljiv s 3? Brojevi ne moraju biti različiti, npr. podskup  $\{6\}$  zadovoljava uvjet.
3. Koliko ima permutacija multiskupa  $\{a_1^2, a_2^2, \dots, a_n^2\}$  ( $n$  različitih elemenata kratnosti 2) u kojima su susjedni elementi različiti?
4. Koliko ima grafova sa skupom vrhova  $V = \{1, 2, \dots, n\}$  koji nemaju izoliranih vrhova? Za vrh kažemo da je izoliran ako je stupnja 0, tj. nije incidentan niti s jednim bridom.
5. Odredite broj permutacija  $\pi \in S_5$  sa zabranjenim pozicijama iz skupa  $P = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (3, 3), (4, 3), (4, 4), (5, 5)\}$ .
6. Odredite broj permutacija  $\pi \in S_4$  takvih da je  $\pi(1) \neq 3$ ,  $\pi(2) < 3$  i  $\pi(4) > 1$ .
7. Odredite broj permutacija  $\pi \in S_6$  takvih da  $\pi(1)$  i  $\pi(2)$  nisu djeljivi s 3,  $\pi(3)$  i  $\pi(4)$  nisu djeljivi s 4, a  $\pi(5)$  i  $\pi(6)$  nisu djeljivi s 5.
8. Graf  $G$  dobijemo od potpunog bipartitnog grafa  $K_{n,n}$ ,  $n \geq 2$ , tako da iz njega izbavimo bridove jednog ciklusa duljine 4. Koliko ima savršenih sparivanja u grafu  $G$ ?  
*Uputa:* Interpretirajte kao problem prebrojavanja permutacija sa zabranjenim pozicijama, ili rasporeda nenapadajućih topova na krnjoj šahovskoj ploči.