

Domaća zadaća 3

1. Pročitajte cjeline 5.2 i 5.5 u skripti [1].
2. Neka je $\mathcal{D} = (\mathcal{T}, \mathcal{B}, \in)$ konačna projektivna ravnina reda n i $B_\infty \in \mathcal{B}$ bilo koji pravac. Dokažite da je $\mathcal{D}' = (\mathcal{T}', \mathcal{B}', \in)$ afina ravnina reda n , gdje je $\mathcal{T}' = \mathcal{T} \setminus B_\infty$ i $\mathcal{B}' = \{B \setminus B_\infty \mid B \in \mathcal{B}, B \neq B_\infty\}$.
3. Neka je $\mathcal{D} = (\mathcal{T}, \mathcal{B}, \in)$ simetrični 2 -(v, k, λ) dizajn i $B_\infty \in \mathcal{B}$ bilo koji blok. Dokažite da je $\mathcal{D}'$ definiran kao u prethodnom zadatku 2 -dizajn, odredite mu parametre $(v', b', r', k', \lambda')$ i pokažite da vrijedi $r' = k' + \lambda'$. Dizajn $\mathcal{D}'$ zovemo *rezidualnim dizajnom* i označavamo $\text{res}_{B_\infty} \mathcal{D}$. Bilo koji 2 -dizajn kojem parametri zadovoljavaju $r' = k' + \lambda'$ zovemo *kvazirezidualnim dizajnom*.
4. Dokažite da se svaka konačna afina ravnina reda n može proširiti do projektivne ravnine reda n . Može li se svaki kvazirezidualni dizajn proširiti do simetričnog dizajna?
5. Definirajte oval $\mathcal{O}$ u projektivnoj ravnini reda n i njegove tangente, sekante i pasante. Koliko tangenta, sekanta i pasanta ima $\mathcal{O}$?
6. Pročitajte poglavlje 3 u skripti [1].
7. Definirajte djelovanje grupe G na skup X . Za element skupa $x \in X$, definirajte orbitu x^G i stabilizator G_x . Dokažite sljedeće tvrdnje:
 - (a) Stabilizator G_x je podgrupa od G .
 - (b) Skup svih orbita $\{x^G \mid x \in X\}$ je particija skupa X .
 - (c) Ako su G i X konačni, onda vrijedi $|x^G| \cdot |G_x| = |G|$.
8. Neka grupa G djeluje na skup X . Definirajte što znači da je djelovanje tranzitivno, odnosno t -tranzitivno za $t \in \mathbb{N}$. Neka je djelovanje t -tranzitivno, $|X| = v$ i $K \subseteq X$ bilo koji k -člani podskup. Dokažite da je tada $(X, K^G, \in)$ dizajn s parametrima t -(v, k, λ) i napišite formulu za parametar λ .

Literatura

- [1] J. Šiftar, V. Krčadinac *Konačne geometrije*, skripta, Sveučilište u Zagrebu, 2013.
<https://web.math.pmf.unizg.hr/~krcko/nastava/kg/kg-skripta.pdf>