

□ Računarski praktikum 2

Vježbe 10 - Uvod u Maximu

☞ Pokrenite Maximu dvostrukim klikom na ikonu wxMaxima.
Svaka naredba se izvršava na pritisak kombinacije tipki SHIFT i ENTER, pritiskom samo tipke ENTER prelazi se u novi red

Figure 1:



☞ Kad otvorimo Maximu u prvom redu nam piše (%i1), a to znači Input u prvom redu tj. red u koji unosimo što želimo izračunati. Na kraju svakog unosa moramo unijeti (;) da bismo potvrdili unos. Ispred rezultata piše (%o1) tj. output ili rješenje.

```
(%i152) 1+1;
(%o152)          2
```

□ 1 Osnovne računske operacije

□ 1.1 Zadatak 1 - množenje

☞ Dva broja množimo tako da napišemo $2 * 3$ i pritisnemo SHIFT+ENTER.

□ 1.2 Zadatak 2 - Potenciranje

☞ Potenciranje označavamo s $^$ (AltGr+3).

```
(%i153) 2^3;
(%o153)          8
```

□ 1.3 Zadatak 3 - Dijeljenje

☞ Dijeljenje ovisi o zapisu brojeva, ako su to cijeli brojevi daje točan razlomak (do kraja skraćen), a ako su brojevi decimalni (takvi imaju decimalnu točku i barem jednu decimalu), tada se rezultat prikazuje se određenim brojem decimala. To je pokazano na ovom zadatku.

```
(%i154) 4/6;
(%o154)          2
                -
                3
```

```
(%i155) 4.0/6.0;
(%o155) 0.6666666666666667
```

1.4 Zadatak 4 - Zgrade

Za određivanje prioriteta operacija u Maximi koriste se zgrade ().
(Svaka zagrada mora imati svoj par; inače Maxima javlja grešku.)

```
(%i156) 2 + 3 * 2;
(%o156) 8
```

```
(%i157) ( 2 + 3 ) * 2;
(%o157) 10
```

```
(%i158) (2+3 *2;
incorrect syntax: Missing )
```

2 Funkcije

Maxima uključuje veliku kolekciju funkcija. Argumenti im se upisuju unutar zagrada ().

2.1 Zadatak 5 - Provjera je li broj cijeli

Ako želimo saznati je li broj nastao nizom računskih operacija cijeli broj ili ne, koristimo funkciju askinteger. Sve funkcije u Maximi se koriste tako da se napiše ime funkcije, a u zagradi navedu argumenti (u ovom slučaju samo broj).

```
(%i158) askinteger(2);
askinteger(2.0);
askinteger(2.1);
(%o158) yes
rat: replaced 2.0 by 2/1 = 2.0
(%o159) yes
rat: replaced 2.1 by 21/10 = 2.1
(%o160) no
```

Primijetimo da smo ovdje zadali tri naredbe u jednoj ćeliji. Naredbe smo međusobno odvojili znakom ;

2.2 Zadatak - Kvadratni korijen

Kao i ranije Maxima će za cjelobrojne i argumente pokušati dati točnu vrijednost funkcije iz unosa.

```
(%i161) sqrt(16);
(%o161) 4
```

```
(%i162) sqrt(16/9);
(%o162)          4
                -
                3
```

```
(%i163) sqrt(15);
(%o163)          sqrt(15)
```

Mathematica ne može naći egzaktno rješenje pa ostavlja originalni unos.

```
(%i164) sqrt(2);
(%o164)          sqrt(2)
```

```
(%i165) sqrt(2.0);
(%o165)          1.414213562373095
```

2.3 Zadatak - Računanje na približan broj točnih mjesta

Mathematica može izračunati unešeni izraz na zadani broj decimalnih mjesta. Izračunajte $\sin(2)$ na 20 decimala.

```
(%i166) sin(2);
(%o166)          sin(2)
```

```
(%i167) sin(2.0);
(%o167)          0.90929742682568
```

```
(%i168) float(sin(2));
(%o168)          0.90929742682568
```

Povećamo vrijednost za "floating point precision" - preciznost u aritmetici plutajućeg zareza (floating point)

```
(%i169) fpprec:1000;
(%o169)          1000
```

```
(%i170) float(sin(2.0));
(%o170)          0.90929742682568
```

Ništa se nije promijenilo u broju prikazanih decimalnih mjesta. Za prikaz više decimalnih mjesta trebamo koristiti bfloat (big float)

```
(%i171) bfloat(sin(2));
```

```
(%o171) 9.09297426825681695396019865911744842702254971447890268378973011530967\
301540783544620126688924959380309967896742399486261280953108675328120270020339\
746773782848379310196966997749843570475165175480987342455168848662665993978420\
585604835287376524606630194296559211884583581948950133499869188358271006254529\
673349805132650037440424507616801679103196858051468788573259933425653530677568\
135956083096649413467920282035821177911840441476243878954282543250201510940987\
965888682153654986246775275581745173584639262979174753861986905145894886894216\
134220540692608599683562601783965784959865175408261297901131023900838305407630\
139191558789452053620186742189424889139459030055471826534054499698527738264542\
077019799040564813097572542752502970510537080779264583636335713905277278304171\
400721210687501110365888452804308779184655032977837332922054392851157812688621\
364029698969313476183691590444828924136062573722937730021073996466569318546923\
4462297025153899256667646448073109699724175648063984074487667109626953328b-1
```

Sad je već bolje, ali se ne vide sva decimalna mjesta

```
(%i172) set_display(ascii);
```

```
(%o172)                               ascii
```

Ovime se od Maxime zahtijeva prikaz svih decimalnih mjesta

```
(%i173) bfloat(sin(2));
```

```
(%o173) 9.09297426825681695396019865911744842702254971447890268378973011530967\
301540783544620126688924959380309967896742399486261280953108675328120270020339\
746773782848379310196966997749843570475165175480987342455168848662665993978420\
585604835287376524606630194296559211884583581948950133499869188358271006254529\
673349805132650037440424507616801679103196858051468788573259933425653530677568\
135956083096649413467920282035821177911840441476243878954282543250201510940987\
965888682153654986246775275581745173584639262979174753861986905145894886894216\
134220540692608599683562601783965784959865175408261297901131023900838305407630\
139191558789452053620186742189424889139459030055471826534054499698527738264542\
077019799040564813097572542752502970510537080779264583636335713905277278304171\
400721210687501110365888452804308779184655032977837332922054392851157812688621\
364029698969313476183691590444828924136062573722937730021073996466569318546923\
4462297025153899256667646448073109699724175648063984074487667109626953328b-1
```

```
(%i174) bfloat(%pi);
```

```
(%o174) 3.14159265358979323846264338327950288419716939937510582097494459230781\
640628620899862803482534211706798214808651328230664709384460955058223172535940\
812848111745028410270193852110555964462294895493038196442881097566593344612847\
564823378678316527120190914564856692346034861045432664821339360726024914127372\
458700660631558817488152092096282925409171536436789259036001133053054882046652\
138414695194151160943305727036575959195309218611738193261179310511854807446237\
996274956735188575272489122793818301194912983367336244065664308602139494639522\
473719070217986094370277053921717629317675238467481846766940513200056812714526\
356082778577134275778960917363717872146844090122495343014654958537105079227968\
925892354201995611212902196086403441815981362977477130996051870721134999999837\
297804995105973173281609631859502445945534690830264252230825334468503526193118\
817101000313783875288658753320838142061717766914730359825349042875546873115956\
2863882353787593751957781857780532171226806613001927876611195909216420199b0
```

Vraćamo prikaz na uobičajeni

```
(%i175) set_display(xml);
(%o175) xml
```

```
(%i176) bfloat(%pi);
(%o176)
3.1415926535897932384626433832[943 digits]3001927876611195909216420199b0
```

Rješenje originalnog zadatka

```
(%i177) fpprec:20;
      bfloat(sin(2));
(%o177) 20
(%o178) 9.092974268256816954b-1
```

Funkcijom N se mogu računati i približne vrijednosti:

```
(%i179) 45!;
(%o179) 1196222220865480194561963161495657715064383733760000000000
```

```
(%i180) float(45!);
(%o180) 1.1962222086548019 1056
```

```
(%i181) fpprec:6;
      bfloat(45!);
      float(45!);
(%o181) 6
(%o182) 1.19622b56
(%o183) 1.1962222086548019 1056
```

Uočite način zapisa u bfloat notaciji

2.4 Pomoć

Popis svih funkcija koje u nazivu sadrže "sin" možete dobiti unosom `apropos("sin")`

```
(%i184) apropos("sin");
(%o184) [asin, asinh, decreasing, increasing, maxpsinegint, maxpsiposint,
poisint, require_posinteger, sin, sinh, sininsert, sinvertcase, piargs-sin/cos]
```

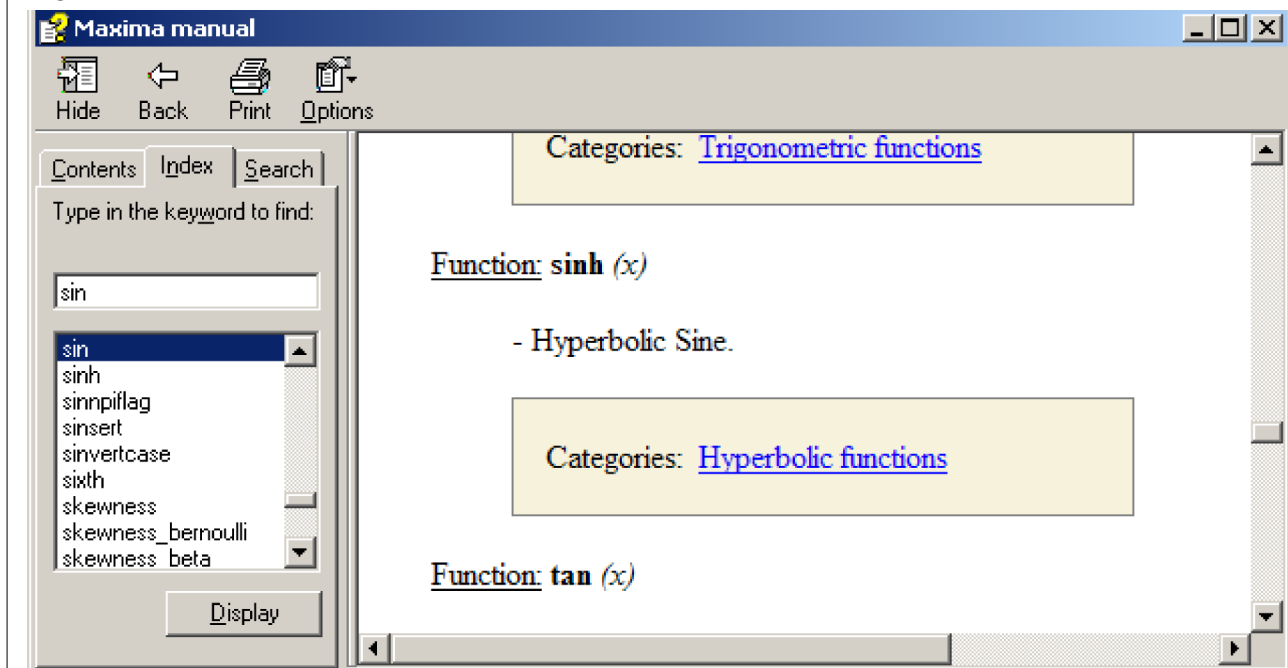
O svakoj od tih funkcija možete više saznati unosom `'? ime'` ili `'?? ime'`.
Uočite razmak između ? i imena funkcije o kojoj želite dobiti informaciju

```
(%i185) ? sin;
-- Function: sin (<x>)
  - Sine.
  There are also some inexact matches for `sin'.
  Try `?? sin' to see them.
(%o185) true
```

```
(%i186) ?? sin;
0: Introduction to string processing
1: absint (Functions and Variables for Fourier series)
2: asin (Functions and Variables for Trigonometric)
3: asinh (Functions and Variables for Trigonometric)
4: fourintsin (Functions and Variables for Fourier series)
5: foursin (Functions and Variables for Fourier series)
6: maxpsinegint (Gamma and factorial Functions)
7: maxpsiposint (Gamma and factorial Functions)
8: poisint (Poisson series)
9: sin (Functions and Variables for Trigonometric)
10: sinh (Functions and Variables for Trigonometric)
11: sinnpiflag (Functions and Variables for Fourier series)
12: sinsert (Functions and Variables for strings)
13: sinvertcase (Functions and Variables for strings)
Enter space-separated numbers, `all' or `none': 2;
-- Function: asin (<x>)
  - Arc Sine.
(%o186) true
```

Naravno, funkcioniira i tipka F1 - Maxima Help

Figure 2:



2.5 Zadatak - Eksponencijalna funkcija

Izračunajte e^{-5} . Primjetite da 'broj e' mora biti nekako unešen, odnosno da nije dovoljno napisati slovo e.

```
(%i187) e^5;
(%o187) e5
```

```
(%i188) %e^5;
(%o188) %e5
```

```
(%i189) float(e^5);
(%o189) e5
```

```
(%i190) float(%e^5);
(%o190) 148.4131591025766
```

Dakle, broj e se unosi kao `%e` (isto kao i `%pi`)

Iako e nije cijeli broj, Maxima računa egzaktnu vrijednost ukoliko su ostali brojevi u izrazu cijeli. Ako potencija nije cijela, onda imamo...

```
(%i191) %e^2.1;
(%o191) 8.166169912567652
```

Istu vrijednost ste mogli izračunati koristeći funkciju `exp`:

```
(%i192) exp(2.1);
(%o192) 8.166169912567652
```

2.6 Zadatak - Imaginarna jedinica, kompleksni brojevi

Kako unijeti kompleksan broj? Naravno, odgovor je `%i`

```
(%i193) %i * %i;
(%o193) -1
```

```
(%i194) (3+%i)*(4-%i);
(%o194) (4-%i)(%i+3)
```

Maxima ne želi sama izračunati ovaj produkt. Zato moramo reći u kakvom obliku želimo dobiti rezultat

```
(%i195) rectform((3+%i)*(4-%i));
(%o195) %i+13
```

```
(%i196) (3+%i)/(4-%i);
(%o196)  $\frac{\%i+3}{4-\%i}$ 
```

```
(%i197) rectform((3+%i)/(4-%i));
(%o197)  $\frac{7\%i}{17} + \frac{11}{17}$ 
```

```
(%i198) ? rectform;
-- Function: rectform (<expr>)
   Returns an expression `a + b %i' equivalent to <expr>, such that
   <a> and <b> are purely real.
(%o198) true
```

2.7 Zadatak - korijen koji nije kvadratni

Izračunajmo treći korijen iz 9

```
(%i199) 9^(1/3);
(%o199) 91/3
```

3 Simbolički račun

3.1 Zadatak - Dodjeljivanje imena

Ponekad je zgodno dati ime nekom rezultatu. To se radi operatorom dvotočka

```
(%i200) izraz: (a+b)^2;
(%o200) (b+a)2
```

Svaki put kad s pojavi 'izraz' Maxima ga zamijeni s '(a+b)^2'.

```
(%i201) izraz;
(%o201) (b+a)2
```

```
(%i202) izraz^2;
(%o202) (b+a)4
```

Ukoliko ne razumijete što neka od korištenih funkcija radi pogledajte u Helpu ili zamolite asistenta za pomoć.

Varijabli 'izraz' može se pridružiti nova vrijednost (tada je prethodna, naravno, zaboravljena):

```
(%i203) izraz: partfrac(x^3/(x^2-1), x);
(%o203)  $\frac{1}{2(x+1)} + x + \frac{1}{2(x-1)}$ 
```

```
(%i204) rectform(%i);
(%o204) %i
```

```
(%i205) rectform((3+%i)/(4-%i));
(%o205)  $\frac{7\%i}{17} + \frac{11}{17}$ 
```


□ 3.2 Upotreba znaka %

☞ Umjesto rezultata zadnjeg računa možemo pisati '%!.

```
(%i206) %;
(%o206)  $\frac{7i + 11}{17}$ 
```

```
(%i207) ratsimp(%);
(%o207)  $\frac{7i + 11}{17}$ 
```

☞ Ako nam treba neki od ranijih rezultata, možemo ga pozvati pomoću %oXX, npr. %o73

```
(%i208) %o73;
(%o208) 8
```

□ 3.3 Brisanje ranije dodijeljenih vrijednosti

☞ Osim pridruživanja, Mathematica može i ukloniti vrijednost pridruženu varijabli.

```
(%i209) izraz;
(%o209)  $\frac{1}{2(x+1)} + x + \frac{1}{2(x-1)}$ 
```

```
(%i210) kill(izraz);
(%o210) done
```

```
(%i211) izraz;
(%o211) izraz
```

☞ izraz više nije definiran

□ 3.4 Zadatak

☞ Pogledajte u Helpu postoje li funkcije za trigonometrijsku faktorizaciju

```
(%i212) factor(sin(2*x)*cos(x));
(%o212) cos(x) sin(2 x)
```

```
(%i213) apropos("trig");
(%o213) [bestriglim, expintegral_trig, solvetrigwarn, trig, trigexpand,
trigexpandplus, trigexpandtimes, trigfunction, triginverses, trigrat,
trigreduce, trigsign, trigsimp, trigswitches]
```

```
(%i214) trigexpand(sin(2*x)*cos(x));
(%o214) 2 cos(x)^2 sin(x)
```

```
(%i215) trigreduce(sin(2*x)*cos(3*x));
(%o215)  $\frac{\sin(5x)}{2} - \frac{\sin(x)}{2}$ 
```

3.5 Zadatak

Naredbom `integrate(cos(x),x)` Maxima integrira funkciju `cos(x)` po varijabli `x`.

```
(%i216) apropos("integrat");
(%o216) [integrate, integrate_use_rootsof, integration_constant,
integration_constant_counter, nointegrate]
```

```
(%i217) integrate(cos(x), x);
(%o217) sin(x)
```

Pokušajte sami pronaći u Help-u kako izračunati određeni integral funkcije $\ln(x)^2 + x/(1+x^2)$ po segmentu $[2,4]$!

```
(%i218) log(%e);
(%o218) 1
```

```
(%i219) integrate(log(x)^2+x/(1+x^2), x, 2, 4);
(%o219)  $\frac{\log(17) - \log(5) + 8 \log(4)^2 - 16 \log(4) - 4 \log(2)^2 + 8 \log(2) + 8}{2}$ 
```

3.6 Deriviranje umnoška funkcija

Maxima može naći i općenitije derivacije, npr. formulu derivacije umnoška dvije funkcije:

```
(%i220) apropos("deri");
(%o220) [derivabbrev, derivative, derivdegree, derivlist, derivsubst, diff,
pderivop, pdiff_uses_named_subscripts_for_derivatives,
pdiff_uses_prime_for_derivatives, deriv, pderivop]
```

```
(%i221) derivative(f(x)*g(x), x);
(%o221)  $f(x) \left( \frac{d}{dx} g(x) \right) + g(x) \left( \frac{d}{dx} f(x) \right)$ 
```

Da iza `f` i `g` nismo pisali varijablu `x`, Maxima ne bi znala da je riječ o funkciji već bi ih tretirala kao konstante.

```
(%i222) derivative(f*g, x);
(%o222) 0
```