

NUMERIČKE METODE FINANCIJSKE MATEMATIKE

17.09.2007.

Studenti koji su kolegij slušali 2003./2004. i 2004./2005. rješavaju zadatke 1, 2, 5, 6, 7. Studenti koji su kolegij slušali 2005./2006. i 2006./2007. pišu zadatke 1, 2, 3, 4, 5.

1. Hermiteovim interpolacijskim polinomom stupnja 3 aproksimirajte funkciju $f(x) = e^{3x^2+6x+1} + 5$ na Čebiševljevoj mreži intervala $[-0.1, 0.2]$.
2. Metodom tangente numerički izračunajte $\ln 5$ tako da greška bude manja od 10^{-14} . Promatrajte interval $[1, 2]$, a za početnu točku uzmite 1.8.
3. Metodom konačnih razlika numerički riješite rubni problem

$$\begin{aligned} \cos^2(t)x''(t) &= 2x(t) \\ x\left(\frac{\pi}{3}\right) &= \sqrt{3} \\ x\left(\frac{2\pi}{3}\right) &= -\sqrt{3} \end{aligned}$$

Potrebno je odrediti aproksimaciju rješenja na 6 ekvidistantnih čvorova.

4. Implicitnom metodom konačnih diferencija numerički riješite rubni problem:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad x \in \langle 0, 3 \rangle, \quad \tau \in \langle 0, 1 \rangle \\ u(0, \tau) &= \tau, \quad \tau \in \langle 0, 1 \rangle \\ u(3, \tau) &= \frac{1}{1 + \tau}, \quad \tau \in \langle 0, 1 \rangle \\ u(x, 0) &= \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right), \quad x \in [0, 3] \end{aligned}$$

na mreži zadanoj sa $h_x = 1$ i $h_\tau = 0.5$

5. Izračunajte QR faktorizaciju pomoću Householderovih reflektora matrice

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 8 & 16 \\ 3 & 11 & 22 \\ 12 & 39 & 13 \end{bmatrix}$$

Konačnioblik matrice Q ne trebate izračunati.

6. Jacobijevim iterativnim postupkom nađite približno rješenje sustava $Ax = b$ tako da pogreška u svakoj komponenti bude manja od 0.05 ako je

$$A = \begin{bmatrix} 50 & 10 & 2 & 4 \\ 4 & 50 & 5 & 1 \\ 2 & 1 & 50 & -5 \\ -2 & 1 & 2 & 50 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 48 \\ -1 \\ -48 \\ -4 \end{bmatrix}$$

i početna iteracija je $x_0 = 0$. Najprije provjerite da iterativni postupak uopće konvergira.

7. Provjerite konvergira li Gauss - Seidelov iterativni postupak za matricu

$$A = \begin{bmatrix} 10 & -1 & 2 & -1 \\ 3 & 6 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & 14 & 5 \\ 7 & -8 & 0 & 21 \end{bmatrix}$$

i za proizvoljnu početnu iteraciju. Izračunajte prve četiri iteracije: x_1, x_2, x_3, x_4 za

$$b = \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 20 \\ -29 \end{bmatrix}, \quad x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Martina Barberić

Vrijeme rješavanja je 120 minuta. Svaki zadatak nosi 20 bodova.
Dozvoljena je uporaba kalkulatora (koji nisu programabilni).

Rezultati: četvrtak 20.09.2007 u 13:00, a možda i ranije na
<http://web.math.hr/~hyde/nmfm/rezultati.html>
Usmeni: idući tjedan