

### 3. Zadaća

a) Neka je

$$E : y^2 = x(x - 1)(x + 3).$$

Odredite  $E(\mathbb{Q})/2E(\mathbb{Q})$ .

b) Neka je

$$E : y^2 = x(x - 12)(x - 36).$$

Odredite  $E(\mathbb{Q})/2E(\mathbb{Q})$ .

c) Neka je

$$E : y^2 = x^3 + 6x^2 + x.$$

Odredite  $E(\mathbb{Q})/2E(\mathbb{Q})$ .

d) Neka je

$$E : y^2 = x^3 + 9x^2 - x.$$

Odredite  $E(\mathbb{Q})/2E(\mathbb{Q})$ .

e) Neka je  $E/\mathbb{Q}$  eliptička krivulja sa dobrom redukcijom u 2. Dokažite da  $E(\mathbb{Q})$  ne može imati točku reda 5 ili 7.

f) Neka je  $E$  eliptička krivulja s trivijalnom 2-torzijom takva da je

$$Sel^{(2)}(E/\mathbb{Q}) \simeq (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^3,$$

te da analogno kao što smo radili 2-spust, napravimo i 3-spust, te dobijemo da je rang od  $E(\mathbb{Q})$  jednak 1. Što možemo zaključiti o  $\text{III}(E/\mathbb{Q})[2]$ ?