

Teorija polja klasa i teorija kompleksnog množenja

5. zadatac, 9.5.2018.

1. Neka je L/K Abelovo proširenje i I neki razlomljeni ideal u L . Dokažite da je

$$(N_{L/K}(I), L/K) = 1.$$

2. Neka je $E : y^2 = x^3 + x$. Odredite $E[1 + i]$.
3. Ako je eliptička krivulja definirana nad \mathbb{R} , mora zadovoljavati da je $E \simeq \mathbb{C}/\Lambda$, gdje je $\bar{\Lambda} = \Lambda$. Odredite sve Λ koje to zadovoljavaju. Prikažite Λ kao $\Lambda = \mathbb{Z} + \mathbb{Z}\tau$. Dakle, morate odrediti što mora zadovoljiti τ da bi E bila definirana nad \mathbb{R} .
4. Kojim standardnim grupama mogu biti izomorfne $E(\mathbb{C})_{tors}$ i $E(\mathbb{R})_{tors}$. Pod standardnim se misli da u prikazu koristite samo grupe $\mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$ i \mathbb{C} , te njihove kvocijete.
5. Neka je E/\mathbb{Q} eliptička krivulja s $EndE \simeq \mathbb{Z}[i]$, te neka je ρ njena mod 3 reprezentacija. Koliko elemenata može imati maksimalno slika od $\rho(G_{\mathbb{Q}})$? Odgovorite na isto pitanje ako je ρ njena mod 5 reprezentacija.

Zadaću treba predati do 30.5.2018.