

Algebarska geometrija

4. Zadaća

1. Neka je $f : X \rightarrow Y$ morfizam mnogostrukosti. Dokažite da f inducira linearno preslikavanje $T_a X \rightarrow T_{f(a)} Y$.
2. (a) Neka je $R = A(X)$ koordinatni prsten affine mnogostrukosti X nad algebarski zatvorenim poljem. Pokažite da je skup svih zatvorenih točaka gust u $\text{Spec } R$.
(b) Pokažite da u općem slučaju ovo ne vrijedi, tj. da postoje affine shema takva da skup zatvorenih točaka nije gust.
3. Nađite primjer ili dokažite da ne postoji:
 - (a) Ireducibilnu afnu shemu $\text{Spec } R$ takvu da R nije integralna domena.
 - (b) Dvije afine sheme $\text{Spec } R$ i $\text{Spec } S$ takve da je $R \leq S$ i $\dim \text{Spec } R > \dim \text{Spec } S$.
4. Nađite primjer ili dokažite da ne postoji:
 - (a) Točku na $\text{Spec } \mathbb{R}[x_1, x_2]/\langle x_1^2 + x_2^2 + 1 \rangle$ s poljem ostataka \mathbb{R} .
 - (b) Afnu shemu dimenzije 1 s točno 2 točke.