

Algebarska geometrija

3. Zadaća

1. Neka je $X = V(x_1^3 - x_1x_2^2 + 1) \subseteq \mathbb{A}_{\mathbb{C}}^2$. Odredite točke u beskonačnosti na projektivnom zatvorenju $\bar{X} \subseteq \mathbb{P}_{\mathbb{C}}^2$ od X .
2. Pokažite da postoje izomorfne projektivne mnogostrukosti X i Y takve da njihovi homogeni koordinatni prsteni $S(X)$ i $S(Y)$ nisu izomorfni.
3. Neka su $m, n \in \mathbb{N}$. Dokažite da \mathbb{P}^{m+n} nije izomorfno s $\mathbb{P}^m \times \mathbb{P}^n$.
4. Odredite tangencijalne konuse C_0X_1 i C_0X_3 u točki $0 = (0, 0)$ afinih mnogostrukosti $X_1 = V(x_2^2 - x_1^3)$ i $X_3 = V(x_2 + x_1^2)$.
5. Dokažite da je napuhavanje od \mathbb{A}^2 u $\langle x_1, x_2 \rangle$ izomorfno s napuhavanjem u $\langle x_1^2, x_1x_2, x_2^2 \rangle$, ali nije izomorfno s napuhavanjem u $\langle x_1, x_2^2 \rangle$.