

Algebarska geometrija

1. Zadaća

1. Neka je X algebarski skup. Odredite kada je $A(X)$ polje.
2. Odredite radikal ideala $\langle x_1^3 - x_2^6, x_1x_2 - x_2^3 \rangle \subseteq \mathbb{C}[x_1, x_2]$. (Uputa: koristite Nullstellensatz).
3. Neka su $X \subseteq \mathbb{A}^n$ i $Y \subseteq \mathbb{A}^m$ ireducibilni algebarski skupovi. Dokažite da je $X \times Y \subseteq \mathbb{A}^{n+m}$ ireducibilan.
4. Odredite ireducibilne komponente od $V(x_1 - x_2x_3, x_1x_3 - x_2^2) \subseteq \mathbb{A}^3$.
5. Neka je $X \subseteq \mathbb{A}^6$ skup svih $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$ takvih da je

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_4 & x_5 & x_6 \end{pmatrix}$$

ranga najviše 1. Dokažite da je X afina mnogostrukost i odredite joj dimenziju.