

1	2	3	4	5	6	Σ

MATIČNI BROJ STUDENTA

IME I PREZIME

UVOD U TEORIJU BROJEVA

Kolokvij - grupa A, 26.01.2007.

1. a) Riješite kongruenciju:

$$672x \equiv 291 \pmod{957}.$$

b) Riješite sustav kongruencija:

$$x \equiv 3 \pmod{5}, \quad x \equiv 5 \pmod{11}, \quad x \equiv 9 \pmod{13}.$$

2. Koliko ima primitivnih korijena modulo 31? Nađite najmanji među njima, te riješite kongruenciju $2x^{16} \equiv 5 \pmod{31}$.

3. a) Odredite sve proste brojeve p takve da je $\left(\frac{54}{p}\right) = -1$.

b) Izračunajte Legendreove simbole $\left(\frac{150}{127}\right)$ i $\left(\frac{231}{233}\right)$.

4. Odredite $h(-59)$, te nađite reduciranu binarnu kvadratnu formu ekvivalentnu sa $135x^2 - 169xy + 53y^2$.

5. a) Odredite sve prirodne brojeve n za koje vrijedi $\varphi(n) = 52$.

b) Dokažite da ne postoje prirodni brojevi n i m takvi da vrijedi $\varphi(n) = 2 \cdot 13^{2m+1}$.

6. a) Nađite sva rješenja Pellove jednadžbe $x^2 - 85y^2 = 1$ za koja vrijedi $1 < y < 100\,000$.

b) Nađite sve Pitagorine trokute u kojima je jedna stranica jednaka 99.

Napomena. Vrijeme rješavanja je 120 minuta. **Rezultati:** srijeda, 31.1.2007. u 10h.

Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka!

Vinko Petričević