

1	2	3	4	5	Σ

BROJ INDEKSA

IME I PREZIME

UVOD U TEORIJU BROJEVA kolokvij, 20. 01. 2006.

1. (20) a) Odredite sve prirodne brojeve n za koje vrijedi $\varphi(n) = 44$.
 b) Dokažite: Za $k > 5$ brojevi k , $2k + 1$, $4k + 1$ nisu svi prosti.
 c) Riješite jednadžbu u cijelim brojevima $5089239x + 3825y = (5089239, 3825)$.

2. (20) a) Izrazite $5^{123} \pmod{2501}$ najmanjim ostatkom modulo 2501.
 b) Riješite sustav kongruencija

$$\begin{cases} x \equiv 7 \pmod{20}, \\ x \equiv 2 \pmod{135}, \\ x \equiv 11 \pmod{153}. \end{cases}$$

3. (20) a) Odredite $\left(\frac{61900000}{619}\right)$.
 b) Odredite $\left(\frac{23}{p}\right)$, za svaki prosti broj p .
4. (20) a) Razvijte u verižni razlomak $:\frac{303}{118}, \frac{3825}{5089239}, \frac{29+\sqrt{15}}{7}, \sqrt{61}$.
 b) Odredite broj $\alpha = [1, 3, \overline{1, 2}]$.
 c) Da li je razvoj broja π u verižni razlomak konačan? A periodski? Detaljno obrazložite!
5. (20) a) Odredite sve Pitagorine trokute čije stranice su u aritmetičkoj progresiji.
 b) Odredite sve $h(-23)$ i sve reducirane kvadratne forme koje imaju diskriminantu -23 .
 c) Odredite najmanje pozitivno rješenje jednadžbe $x^2 - 61y^2 = -1$ i jednadžbe $x^2 - 61y^2 = 1$.

Napomena. Vrijeme rješavanja je 120 minuta.

Ovaj papir treba predati zajedno s rješenjima zadataka!