

# UVOD U TEORIJU BROJEVA

kolokvij – grupa A

30. 1. 2004.

1. a) Riješite sustav kongruencija:

$$x \equiv 3 \pmod{7}, \quad x \equiv 4 \pmod{11}, \quad x \equiv 5 \pmod{17}.$$

b) Nađite cijele brojeve  $x$  i  $y$  takve da je  $103x + 76y = 1$ , te odredite razvoj u jednostavni verižni razlomak broja  $\frac{103}{76}$ .

2. Nađite neki primitivni korijen modulo 17.

Neka je  $p$  prost broj oblika  $p = 2^{2^n} + 1$ ,  $n \geq 2$ . Koliko ima primitivnih korijena modulo  $p$ ? Koji je najmanji primitivni korijen modulo  $p$ ?

3. Odredite sve proste brojeve  $p$  takve da je  $\left(\frac{6}{p}\right) = 1$ .

Izračunajte Legendreove simbole  $\left(\frac{459}{151}\right)$  i  $\left(\frac{245}{251}\right)$ .

4. Odredite  $h(-55)$ , te nađite reduciranu binarnu kvadratnu formu ekvivalentnu sa  $107x^2 - 65xy + 10y^2$ .

5. Nađite razvoje u jednostavni verižni razlomak brojeva  $\sqrt{33}$  i  $\sqrt{53}$ .

Nađite najmanja rješenja u prirodnim brojevima Pellovih jednadžbi  $x^2 - 33y^2 = 1$  i  $x^2 - 53y^2 = 1$ .

6. Nađite sve Pitagorine trokute u kojima je jedna stranica jednaka

a) 12,                      b) 45.

Rezultati : utorak, 3.2.2004. u 14 sati.

Andrej Dujella