

# UVOD U TEORIJU BROJEVA

kolokvij

28. 1. 2002.

1. a) Riješite kongruenciju:  $729x \equiv 336 \pmod{1653}$   
b) Riješite sustav kongruencija:

$$x \equiv 2 \pmod{11}, \quad x \equiv 5 \pmod{17}, \quad x \equiv 6 \pmod{19}.$$

2. Izračunajte sljedeće Legendreove simbole:  $\left(\frac{7}{227}\right), \left(\frac{241}{593}\right), \left(\frac{251}{577}\right), \left(\frac{610}{1597}\right)$ .
3. Odredite  $h(-35)$ , te nađite reduciranu binarnu kvadratnu formu ekvivalentnu sa  $73x^2 - 29xy + 3y^2$ .
4. Za prirodan broj  $n$ , označimo sa  $\omega(n)$  broj različitih prostih faktora od  $n$ , tj.  $\omega(n) = \sum_{p|n} 1$ . Dokažite da vrijedi:

$$\sum_{d|n} |\mu(d)| = 2^{\omega(n)}, \quad \sum_{d|n} \mu(d)\tau(d) = (-1)^{\omega(n)}.$$

Izračunajte:  $\sum_{d|120} \mu(d)$  i  $\sum_{d|120} \mu(d)\sigma(d)$ .

5. a) Nađite razvoje u jednostavni verižni razlomak brojeva  $\frac{53}{47}$  i  $\sqrt{44}$ .  
b) Odredite realan broj čiji je razvoj u jednostavni verižni razlomak jednak  $[9, \overline{9, 18}]$ .
6. Nađite sve Pitagorine trokute u kojima je jedna stranica jednaka  
a) 65,                      b) 2002.

Rezultati : srijeda, 30.1.2002. u 13 sati.

Andrej Dujella