

# Eliptičke krivulje u kriptografiji

završni ispit - grupa A

4.6.2019.

1. Eliptička krivulja  $E$  nad poljem  $\mathbb{F}_{19}$  zadana je jednažbom  $y^2 = x^3 + 2$ . Dokažite da je  $\alpha = (4, 3)$  generator grupe  $E(\mathbb{F}_{19})$ .
2. Pomoću Menezes-Vanstoneovog kriptosustava u kojem su javni ključ eliptička krivulja  $E$  i generator  $\alpha$  iz 1. zadatka, te  $\beta = (8, 18)$ , šifrirajte otvoreni tekst  $(x_1, x_2) = (7, 9)$ , uz pretpostavku da je jednokratni ključ  $k = 7$ .
3. Eliptička krivulja  $E$  nad poljem  $\mathbb{F}_{19}$  zadana je jednažbom  $y^2 = x^3 + x + 5$ . Za točke  $P = (12, 4)$  i  $Q = (4, 15)$  na  $E$  riješite problem eliptičkog diskretnog logaritma  $Q = [m]P$  Pohlig-Hellmanovim algoritmom ako je poznato da je točka  $P$  reda 15.
4. Faktorizirajte broj  $n = 1079$  pomoću ECM faktorizacije s parametrima

$$E: y^2 = x^3 + 10x + 9,$$

$$P = (0, 3) \text{ i } B = 3.$$

Dozvoljeno je korištenje džepnog kalkulatora, te dva papira s formulama. Kalkulatori se mogu koristiti za standardne operacije, ali nije dozvoljeno korištenje gotovih funkcija za algoritme iz eliptičkih krivulja i teorije brojeva.

Rezultati: ponedjeljak, 10.6.2019. u 14 sati.

Andrej Dujella