

DIOFANTOVE m -TORKE I ELIPTIČKE KRIVULJE

4. zadaća

1. Dokažite da se $D(-1)$ -trojka $\{1, 5, 10\}$ ne može proširiti do $D(-1)$ -četvorke.
2. Nađite racionalan broj $e \neq 0$ sa svojstvom da je $\{1/16, 33/16, 17/4, 105/16, e\}$ racionalna Diofantova petorka.
3. Neka je $\{a, b, c\}$ racionalna Diofantova trojka te

$$d = \frac{8(c-a-b)(a+c-b)(b+c-a)}{(a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc)^2}.$$

Prikažite točku s x -koordinatom d pomoću točaka $P = (0, 1)$ i $S = (1/abc, rst/abc)$ na eliptičkoj krivulji

$$y^2 = (ax + 1)(bx + 1)(cx + 1).$$

4. Nađite pozitivne racionalne brojeve t_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ takve da racionalna Diofantova šestorka u Poglavlju 3.2 sadrži točno i negativnih brojeva.
5. Za koje je racionalne brojeve k skup $\{k + 1, 4k, 16k^3 - 4k\}$ racionalna Diofantova trojka? Nađite racionalan broj k sa svojstvom da eliptička krivulja

$$y^2 = ((k + 1)x + 1)(4kx + 1)((16k^3 - 4k)x + 1)$$

ima rang jednak 7.

Andrej Dujella