

Numerička Analiza 2

Zadaća br. 2
Zadana 30.5.2016.
Rok: 6.6.2016.

1 Uvod

Programe predajete tako da ih pošaljete emailom

To: drmac@math.hr

Subject: NA2-Z2-Ime-Prezime

Svi programi rezultate moraju prikazati i grafički (aproksimacije i analitička točna rješenja) za vizualnu usporedbu i kontrolu.

Podsjećam da je kolokvij u ponedjeljak 6.6.2016. u vrijeme nastave. Počinjemo u 15 sati, prema rasporedu.

2 Zadaci

1. Riješite numerički sljedeći problem:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)u(x, y) - 12.5\pi^2 u(x, y) = -25\pi^2 \cos\left(\frac{5\pi}{2}x\right) \cos\left(\frac{5\pi}{2}y\right), \quad 0 \leq x, y \leq 0.4$$

sa rubnim uvjetima $u(x, 0) = \cos(\frac{5\pi}{2}x)$, $u(x, 0.4) = -\cos(\frac{5\pi}{2}x)$; $u(0, y) = \cos(\frac{5\pi}{2}y)$, $u(0.4, y) = -\cos(\frac{5\pi}{2}y)$.

Nadalje, izvedite općenitu diskretizacijsku shemu ako je u lijevom rubu umjesto Dirichletovog zadan Neumannov rubni uvjet

$$\frac{\partial u(x, y)}{\partial x} \Big|_{x=0} = b(y).$$

2. Za parcijalnu diferencijalnu jednadžbu

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t), \tag{1}$$

sa inicijalnim uvjetom $u(x, 0) = g(x)$ i rubnim uvjetima $u(0, t) = \rho_0(t)$, $u(1, t) = \rho_1(t)$ opišite metodu linija i iz nje, korištenjem trapezne metode za sustave ODJ, izvedite Crank–Nicolsonovu metodu i dokažite njenu stabilnost.

3. Riješite numerički sljedeći problem:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq t \leq 0.1,$$

uz inicijalni uvjet $u(x, 0) = \sin(\pi x)$ i rubne uvjete

$$\frac{\partial}{\partial x} u(x, t) \big|_{x=0} = \pi e^{-\pi^2 t}, \quad u(x, t) \big|_{x=1} = 0.$$

Koristite jednu eksplicitnu i jednu implicitnu (npr. Crank–Nicolson) metodu. Usporedite konvergenciju za različite vrijednosti Courantova broja. Analitičko rješenje ovog problema možete pogoditi i iskoristiti za kontrolu numeričkog rješenja.

4. Prvi zadatak pokušajte numerički riješiti pomoću `pdetool`-a u Matlabu. Usporedite sa Vašim rješenjima.
5. Napravite funkciju za trigonometrijsku interpolaciju. Koeficijente računajte Matlabovom `fft` funkcijom. Program mora omogućiti odabir stupnja interpolacije i grafički prikaz rezultata. Testirajte na umjetno generiranim podacima (x_k, f_k) .