Teorija igara
Kritika

Lavoslav Čaklović
PMF-MO

2017

Sadržaj

Instrumentalna racionalnost

- *Obostrano doživljavanje racionalnosti (ODR)*[1] *U formiranju naših očekivanja o drugim sudionicima igre povodimo se principom reciprociteta u smislu da pretpostavljamo da su oni jednako strukturirani (u svojim namjerama, razmišljanjima i ponašanju) kao i mi sami*. To je u najkraćim crtama ono što se podrazumijeva pod ODR.
- *Dosljedna usklađenost uvjerenja (DUV)*[2] *Ovaj princip zahtijeva od svakog sudionika igre da donosi iste zaključke kao i ostali na temelju istih činjenica (pretpostavki)*. Manje formalno, to bi značilo da osoba koja posjeduje iste informacije kao i mi neće razviti drugačiji misaoni proces, odnosno, racionalna osoba ne očekuje od druge racionalne osobe da ju iznenadi. U literaturi je ovaj zahtjev poznat kao *Harsanyi–Aumannova doktrina*. U kontekstu igara, to bi značilo da će se igrači složiti o tome kako bi se igra trebala odvijati.

[1] Common knowledge of rationality (CKR)
[2] Consistent alignment of beliefs (CAB)

O akcijama igrača

- *Poznavanje pravila.* *Pretpostavka o poznavanju pravila igre od strane igrača je osnova za njegovu interakciju s ostalim igračima u igri*.
  Koliko je realističan ovaj zahtjev? Možda je previše zahtijevati od igrača da zna kombinirati svoje akcije i da bude svjestan svojih isplata i akcija i isplata svih suigrača. Ako to nije onda može 'pogriješiti'. Teorija igara se ne bavi pogreškama nego racionalnim izborima vođenim principom maksimizacije osobne korisnosti. Poznavanje korisnosti suigrača olakšava mu vlastiti izbor jer *zna što drugi neće učiniti*.
- *Nezavisnost akcija od pravila.* *Odabir akcije neovisan je o pravilima igre koja mu nude izbor u trenutku kad je prozvan igrati.*
  Taj zahtjev postavlja teoriju igara u posebnu kategoriju modela društvenih interakcija. Kao pojedinci smo često vezani ugovorima, obavezama i pravilima koja strukturiraju naše ponašanje. Povezanost strukture (pravila) i mogućih akcija u ljudskim interakcijama je tolika da je teško pojmiti jedno bez drugog. Ukratko *pravila* $\Longrightarrow$ *akcije*.

Slaba uvjerljivost Nashove ravnoteže

	L	M	R
U	$1^*, 1^*$	$100^*, 0$	$-100, 1^*$
C	$0, 100$	$1, 1$	$100,^* 1$
D	$1^*, -100$	$1, 100^*$	$1, 1$

Jedinstvena ravnoteža igre je (U, L). Redak može isti dobitak postići manje riskantnim izborom D. Isto je i sa Stupcem. Zašto bi on igrao L kad bez rizika može postići isti dobitak igrajući R? Hoće li Nashovi sljedbenici isto tako zaključiti da je (D, R) jednako racionalan izbor kao i (U, L)?

Štoviše, u stvarnom životu, igrač može biti indiferentan na to je li njegov dobitak jednak 1 ili 0. U tom slučaju će Redak odabrati C jer može dobiti 100, a Stupac će odabrati M iz istog razloga, što završava isplatama $(1, 1)$. Ova posljednja argumentacija je van strukture igre jer igrači interno revidiraju svoje korisnosti i te informacije nisu dostupne suigraču.

Slaba uvjerljivost NR – nastavak 1

Donja dva primjera preuzeta su iz knjige Heap and Varoufakis (2004).

	L	M	R
U	$100^*, 99$	$0, 0$	$99, 100^*$
C	$0, 0$	$1^*, 1^*$	$0, 0$
D	$99, 100^*$	$0, 0$	$100^*, 99$

	L	M	R
U	$2^*, 1$	$0, 0$	$1, 2^*$
C	$0, 0$	$1000^*, 1000^*$	$0, 0$
D	$1, 2^*$	$0, 0$	$2^*, 1$

Igra lijevo i igra desno su jednako strukturirane. U svakoj su $\{U\}, \{C\}, \{D\}$ najbolji odgovori za L, M, R respektivno i $\{L\}, \{M\}, \{R\}$ su najbolji odgovori za D, C, U respektivno. Na prvi pogled, Nashova ravnoteža (C, M) u igri desno čini se puno atraktivnijom nego u igri lijevo. Goeree and Holt (2001) u nizu eksperimenata utvrdili su različito ponašanje igrača u identično strukturiranim igrama s različitim isplatama.

Slaba uvjerljivost NR – nastavak 2

U sljedećoj igri postoje dvije NR: (U, L) i (C, M). Svaki od izbora U, C za retka i L, M za stupca, je riskantan zbog katastofalnih mogućih gubitaka. Ako se igrači ne koordiniraju gubici su neminovni.

	L	M	R
U	$1^*, 1^*$	$-10000, -10000$	$3^*, 0$
C	$-10000, -10000$	$1^*, 1^*$	$0, 0$
D	$0, 3^*$	$0, 0$	$2, 2$

Opcija D (R) čini se puno bolja zbog prihvatljivije distribucije isplata. Možemo li uvjerljivo tvrditi da je izbor D (R) iracionalan? Ako bi izbor D bio obostrano racionalan (ODR) onda bi Stupac birao L, a Redak U zbog bolje isplate. Očito da strategija D nije dio niti jedne NR. Postoji i miješana ravnoteža $(\frac{2}{3}C + \frac{1}{3}D, \frac{2}{3}M + \frac{1}{3}R)$ koja dodatno komplicira nejedinstvenost NR.

Randomizacija

Koncept miješane strategije čini se bizarnim u prvom trenutku. S matematičkog aspekta čini se razumno, ako igra nema ravnotežu među čistim strategijama, proširiti skup strategija i nadati se da će u većem skupu biti lakše pronači ravnotežu. Miješane strategije nisu ništa drugo nego konveksifikacija skupa čistih strategija i predstavljaju njihovo prirodno proširenje.

Stvarno pitanje je da li ljudi randomiziraju i kako? U nekim situacijama to je prirodno. Na primjer, u stolnom tenisu postoje dva načina servisiranja: *s rotacijom loptice i bez rotacije*. Suigrač po načinu kretanja reketa protivnika trebao bi prepoznati kakav će biti servis i pravilno reagirati da ga loptica ne iznenadi. Igrač koji servisira *namjerno randomizira* da bi iznenadio protivnika.

Avionske kompanije na letovima nude i rezervna mjesta koja nisu u redovnoj prodaji. Ona postoje kako bi kompanija privukla neodlučne putnike, ali se ne reklamiraju jer bi ih redovni putnici kupili kad bi sa sigurnišću znali da postoje na njihovom letu.

Pitanja koja se postavljaju su sljedeća: (1) postoji li način da se logički odrede vjerojatnosti u miješanoj ravnoteži i (2) da li randomizacija pomaže u rješavanju problema nejedinstvenosti NR.

Odgovor na oba pitanja je potvrdan ako se uvaži koncept Nashove ravnoteže. Na primjer, u igri *rat spolova* postoje dvije čiste ravnoteže: (O, O) i (N, N)[3].

- *(1) Indiferentnost.* Niti jedan igrač nema razloga dati prednost nekoj od ravnoteža pa su indiferentni prema svojim strategijama.
- *(2) Randomizacija.* Ako su indiferentni onda mogu randomizirati, računati očekivane korisnosti i izjednačiti ih u skladu s (1).
- *(3) Zaključak* Miješana strategija $\sigma = (\frac{3}{5}O + \frac{2}{5}N, \frac{2}{5}O + \frac{3}{5}N)$.

Interpretacija randomizacije kao relativne frekvencije u nizu ponovljenih izlazaka je upitna jer gornji eksperiment nije ponovljiv u smislu da se može odigravati beskonačno (ili dovoljan broj) puta. Što onda predstavljaju stohastički vektori $p = (\frac{3}{5}, \frac{2}{5})$ i $q = (\frac{2}{5}, \frac{3}{5})$? Pokušat ćemo odgovoriti na ta pitanja.

[3] O–opera, N–nogomet

Instrumentalna racionalnost na djelu

Prvi igrač (žena) ima subjektivne prioritete što se tiče izbora svojih opcija. Označimo ih simbolički s $xO + (1-x)N$ gdje je $x \in [0,1]$. Omjer $x/(1-x)$ je omjer tih prioriteta u korist opcije O.

Broj x možemo shvaćati kao *uvjerenje drugog igrača* (muža) o važnosti opcije O za ženu. Ako je omjer prioriteta jednak ∞ $(x = 1)$ onda će muž odabrati opciju O, a ako je omjer prioriteta jednak 0 $(x = 0)$ onda će muž izabrati opciju N jer ne želi izaći u društvu supruge.

Što se dešava za međuvrijednosti omjera između ∞ i 0, odnosno za x između 1 i 0? Za neku međuvrijednost x mužu će biti svejedno[4] što odabrati: O ili N. To se postiže ako je $2x = 3(1-x)$ jer je $2x$ njegova količina sreće za opciju O, a $3(1-x)$ je njegova količina sreće za opciju N; dakle $x = \frac{3}{5}$. Ako je muž uvjeren da je:

$$x > \frac{3}{5} \text{ on će odabrati } O, \text{ ako je } x < \frac{3}{5} \text{ on će odabrati } N.$$

[4] što interpretiramo kao: bit će jednako sretan

Drugim riječima, za $x < \frac{3}{5}$ skup najboljih odgovora $\psi_2(x)$ za muža je $\{N\}$ za $x = \frac{3}{5}$, $\psi_2(x) = \{O, N\}$, a za $x > \frac{3}{5}$ $\psi_2(x) = \{O\}$.

Uz ovu rekonstrukciju ženinih prioriteta p s muževljeve pozicije moguće je provesti i rekonstrukciju muževljevih prioriteta q sa ženine pozicije. Pitanje je:

> ***"da li žena također vidi svoje prioritete na isti način kao što ih vidi njezin suigrač i obratno, da li muž vidi svoje prioritete na isti način kao što ih vidi i njegova suigračica?"***

Rješenje te zagonetke nudi koncept Nashove ravnoteže. Ako prihvaćamo taj koncept onda je odgovor na pitanje: "Da." Ako je reakcija na zagonetku: "to je racionalan zahtjev" onda takva "racionalnost" pruža igraču uvjerenje da je njegov suigrač jednako racionalan kao i on i da suigrač zna da njegov suigrač zna da je on jednako racionalan kao i suigrač i da. . . .

Gornji princip ugrađuje instrumentalnu racionalnost u shvaćanje prioriteta i odražava konzistentnost odabira (prioriteta) u kontekstu strateških igara, koja se (na kraju) odražava se u inkluzivnoj jednadžbi $\sigma \in \psi(\sigma)$ za NR.

Interpretacija miješane strategije

Miješana strategija može se **interpretirati kao**:

- *namjerna randomizacija.* Igrač, u ponovljenoj igri, može se povinovati nekom osjećaju koji utječe na izbor njegove strategije. Protivnici to percipiraju kao slučajnost, ako uzroke njegovog izbora smatraju irelevantnim ili ako ih ne mogu dovesti u vezu s njegovim izborom.

  Teško je prihvatiti da igrač izabire strategiju ovisno o faktorima koji ne utječu na isplatu. S druge strane, u NR, igrač je indiferentan na strategije u nosaču pa možda ima smisla odabrati neku prema svom raspoloženju.
- *posljedica perturbirane isplate.* Harsanyi smatra da u učestalim ponavljanjima igre, preferencije igrača doživljavaju promjene koje utječu na njegove izbore (Bayesovske igre).

- *uvjerenje.* Miješana strategija igrača prihvaća se kao stupnjevanje uvjerenja ostalih igrača o njegovim izborima. Ravnoteža je stabilno uravnoteženje tih uvjerenja (fiksna točka operatora najboljih odgovora).
- *postotak populacije* Uzmimo primjer dva plemena koja se bore za kontrolu nad nekim teritorijem i igraju igru *napad-obrana*[5], odnosno *pismo-glava*. Pojedinci iz sukobljenih strana pri svakom susretu uzimaju ulogu ili napadača ili branitelja.

  Pretpostavimo da u svakom plemenu ima 50% posto napadača. Pri nasumičnim susretima, pojedinci biraju čiste strategije, a gledajući sukobe na nivou plemena, oni igraju miješanu strategiju.

[5] eng. *matching pennies*

nastavak. . .

Zaključak

Nashova ravnoteža je centralni koncept teorije igara. Sve dok igrači vjeruju u svoju racionalnost i informiranost i svjesni su da imaju iste takve suigrače onda je NR 'uvjerljivo rješenje', a neuvjerljivost opada s brojem NR.

Miješana strategija donekle rješava tu neodređenost u broju ravnoteža, ali ne potpuno. U mnogim igrama nedostaju podaci o socijalnom kontekstu u kojem se igre igraju, ili možda neki historijski podaci, ako se one ponavljaju, a možda neki drugi tip racionalnosti rješava taj problem. Rasprava o tome što *Redak* misli o *Stupčevom* uvjerenju da će Redak učiniti to i to nije puko teorijsko naklapanje. U osnovi leži duboko folozofsko i političko neslaganje što se tiče ljudskog rezoniranja, psihologije i odnosa privatnih motiva i društvenih normi. *Dosljedna usklađenost mišljenja* je prema Heap and Varoufakis (2004) moguća u specijalnim slučajevima i nemoguća ako su informacije skupe ili nedostupne.

I bez obzira na gornje primjedbe, problem neodređenosti NR ostaje prisutan.

Goeree, J. and Holt, C. (2001). The little treasures of game theory and ten intuitive contradictions. *A*merican Economic Review, (91):1402–22.

Heap, S. and Varoufakis, Y. (2004). *Game Theory: A Critical Introduction, Second Edition*. Routledge.