

Razlomci

$$\begin{array}{ll} \text{zbrajanje} & \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d} \\ \text{oduzimanje} & \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d} \\ \text{množenje} & \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \\ \text{dijeljenje} & \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \end{array}$$

Postoci

Oznaka: $x\% = \frac{x}{100} = 0,01 \cdot x$. Neka su C - cjelina, D - dio, x - koliko posto cjeline ima dio D .

$$\text{Osnovna formula} \quad x = \frac{D}{C} \cdot 100.$$

Za naći $x\%$ od C koristimo formulu $C \cdot x/100$.

$$\begin{array}{ll} \text{Smanjenje } C \text{ za } x\%: & \frac{100 - x}{100} \cdot C \\ \text{Povećanje } C \text{ za } x\%: & \frac{100 + x}{100} \cdot C \end{array}$$

Ako nas zanima cijena prije uvećanja/smanjenja (SC) za x posto, a znamo novu cijenu (NC) koristimo formule:

$$\begin{array}{ll} SC = NC \frac{100}{100 + x} & NC \text{ poslije uvećanja za } x\% \\ SC = NC \frac{100}{100 - x} & NC \text{ poslije smanjenja za } x\% \end{array}$$

Struktura pojave

Izračunati kako povećanje/smanjenje cijene jednog/više dijelova utječe na cijenu cjeline. Za izračun nove, uvećane/smanjene cijene pojedinog dijela koristimo formule iz postotnog računa ("Smanjenje $C \dots$ " ili "Povećanje $C \dots$ "). Zbrojimo nove cijene dijelova (NC) i usporedimo ih sa zbrojem starih cijena dijelova (SC) pa odredimo povećanje/smanjenje u postocima pomoću formule

$$\begin{array}{ll} x = \left(\frac{NC}{SC} - 1 \right) \cdot 100 & NC > SC, \text{ povećanje cijene cjeline} \\ x = \left(1 - \frac{NC}{SC} \right) \cdot 100 & NC < SC, \text{ smanjenje cijene cjeline} \end{array}$$

Funkcije

Linearna funkcija: $f(x) = a + b \cdot x$.

Broj a predstavlja vrijednost linearne funkcije kada je $x = 0$. Broj b predstavlja smjer linearne funkcije, ako je $b > 0$, funkcija je rastuća, a ako je $b < 0$, onda je padajuća. Također, b predstavlja vrijednost za koju se linearna funkcija promijeni kada se x uveća za 1.

Logaritamska funkcija: $f(x) = \log_b x$.

$\log_b x$ - logaritam po bazi b od x , broj koji govori na koji eksponent treba podići bazu b da dobijemo x . Ako je $b = 10$ pišemo samo $\log x$, a ako je $b = e$, onda pišemo $\ln x$.

$$\begin{array}{ll} \log_b 1 = 0 & \log_b b = 1 \\ \log_b (x \cdot y) = \log_b x + \log_b y & \log_b (x/y) = \log_b x - \log_b y \\ \log_b x^n = n \cdot \log_b x & \log_b \sqrt[n]{x} = \frac{\log_b x}{n} \\ \log_b b^x = x & b^{\log_b x} = x \\ \log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b} & \end{array}$$

Eksponecijalna funkcija: $f(x) = a \cdot b^x$.

Broj a je vrijednost eksponencijalne funkcije za $x = 0$. Broj

b određuje koliko puta se promijeni vrijednost pojave ako se x poveća za 1. Uz b vezujemo i pojam stope rasta/pada s ,

Ako je $b > 1$ $s = (b - 1) \cdot 100\%$, stopa rasta,

Ako je $b < 1$ $s = (1 - b) \cdot 100\%$, stopa pada.

$$\begin{array}{ll} b^0 = 1 & b^1 = b \\ b^x \cdot b^y = b^{x+y} & b^x / b^y = b^{x-y} \\ (b^x)^y = b^{x \cdot y} & b^{-x} = 1/b^x \\ \sqrt[n]{b} = b^{1/n} & \sqrt[n]{b^y} = b^{y/n} \\ a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x & a^x / b^x = (a/b)^x \end{array}$$

Jednostavni kamatni račun

C_0 - početni iznos kapitala, C_n - krajnji iznos kapitala, p - godišnji kamatnjak, n - vrijeme ukamaćivanja (u godinama)

$$C_n = C_0 \left(1 + \frac{n \cdot p}{100} \right) \quad (1)$$

$$K = C_0 \frac{n \cdot p}{100} = C_n - C_0 \quad (2)$$

Ukoliko je vrijeme trajanja ukamaćivanja zadano u danima (d), a kamatnjak je opet godišnji (p), formule (1) i (2) postaju (engleska metoda, u slučaju prijestupne godine u nazivniku je 36600 umjesto 36500)

$$C_n = C_0 \left(1 + \frac{d \cdot p}{36500} \right) \quad (3)$$

$$K = C_0 \frac{d \cdot p}{36500} = C_n - C_0 \quad (4)$$

Račun mjenica

C - nominalna vrijednost mjenice, V - vrijednost po kojoj se mjenica prodaje, d - broj dana od/do dana dospijeća mjenice, p - godišnji kamatnjak (diskont).

Ako se mjenica prodaje prije datuma dospijeća tada su gornje veličine povezane formulom (pretpostavljamo englesku metodu)

$$V = C \cdot \left(1 - \frac{d \cdot p}{36500} \right), \quad (5)$$

a za V se još koristi izraz diskontirana vrijednost. Ukoliko se mjenica prodaje nakon datuma dospijeća tada su gornje veličine povezane formulom

$$V = C \cdot \left(1 + \frac{d \cdot p}{36500} \right). \quad (6)$$

Eventualnu provizije obračunavamo na diskontiranu vrijednost i to prije odbijanja (eventualnih) troškova.

Potrošački kredit

C - iznos potrošačkog kredita, p - postotak udjela u gotovini, P - udjel u gotovini, C_1 - stvarni iznos kredita, k - kamatni koeficijent, K - ukupne kamate, C_2 - ukupno dugovanje, m - broj mjeseci na koje je kredit odobren, R - mjesečna rata, q - godišnji anticipativni kamatnjak.

Formule koje povezuju gore spomenute veličine:

$$\begin{array}{ll} P & = C \cdot \frac{p}{100}, \\ C_1 & = C - P, \\ k & = \frac{(m+1) \cdot q}{24}, \\ K & = C_1 \cdot \frac{k}{100}, \\ C_2 & = C_1 + K, \\ R & = \frac{C_2}{m} \\ C_2 & = C \cdot \left(1 - \frac{p}{100} \right) \cdot \left(1 + \frac{k}{100} \right). \end{array}$$

Složeni kamatni račun

C_0 - početna vrijednost kapitala (glavnica), C_n - krajnja vrijednost kapitala nakon n razdoblja ukamaćivanja uz jednaki kamatnjak, n - broj razdoblja ukamaćivanja, r - dekurzivni kamatni koeficijent za razdoblje ukamaćivanja, $r = 1 + p/100$, p - nominalni kamatnjak.

$$C_n = C_0 \cdot r^n. \quad (7)$$

Obratite pažnju na odnos između razdoblje u kojem vrijedi nominalni kamatnjak i razdoblja ukamaćivanja. Ako se kamatnjak tijekom razdoblja mijenja, formulu (14) primjenjujemo uzastopno na razdoblja gdje je kamatnjak jednak.

Periodičke uplate: Za slučaj n periodičkih jednakih uplata u iznosu R , početkom razdoblja, imamo da je njihova konačna vrijednost na kraju n -tog razdoblja

$$R \cdot r \cdot \frac{r^n - 1}{r - 1}. \quad (8)$$

Realna vrijednost: realna (sadašnja vrijednost) iznosa C_n , n razdoblja u budućnosti, je

$$C_0 = C_n / r^n$$

Račun zajmova

Osnovni princip: zbroj realnih vrijednosti anuiteta u trenutku isplate zajma treba biti jednak iznosu zajma.

Formule vrijede za slučaj da tijekom cijelog razdoblja otplate zajma imamo jednake anuitete i kamatnjak. A - anuitet (rata), C_0 - iznos zajma, r - dekurzivni kamatni koeficijent za razdoblje trajanja jedne rate, n - broj rata. Izračun anuiteta,

$$A = C_0 \frac{r^n(r-1)}{r^n-1}. \quad (9)$$

Ostatak duga (C_k), nakon što smo otplatili k rata,

$$C_k = A \frac{r^{n-k}-1}{r^{n-k}(r-1)}. \quad (10)$$

Ostatak duga (C_k), ako zajam vraćamo unaprijed dogovorenim ratama veličine B , a otplatili smo k rata,

$$C_k = C_0 - B \frac{r^k-1}{r^k(r-1)}. \quad (11)$$

Kamata K je razlika između iznosa novca koji smo vratili i koji smo posudili.

Derivacije

Derivacije osnovnih funkcija

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
konst.	0	a^x	$\ln a \cdot a^x$
x	1	$\ln x$	$\frac{1}{x}$
x^n	$n \cdot x^{n-1}$	$\ln_a x$	$\frac{1}{x \cdot \ln a}$
e^x	e^x		

Ne zaboravite:

$$\frac{1}{x} = x^{-1}, \quad \frac{1}{x^n} = x^{-n}, \quad \sqrt{x} = x^{1/2}, \quad \sqrt[n]{x^n} = x^{n/m}.$$

Pravila deriviranja:

$$\begin{aligned} (f(x) + g(x))' &= f'(x) + g'(x), \\ (f(x) - g(x))' &= f'(x) - g'(x), \\ (f(x) \cdot g(x))' &= f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \\ \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' &= \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{(g(x))^2} \\ (c \cdot f(x))' &= c \cdot f'(x) \quad (c - \text{konstanta}) \end{aligned}$$

Derivacija kompozicije funkcija:

$$(f(\text{nešto}))' = f'(\text{nešto}) \cdot \text{nešto}'$$

Elastičnost: y je funkcija od x . Elastičnost y u ovisnosti od x je

$$E_{y,x} = \frac{x}{y} y', \quad |E_{x,y}| \begin{cases} < 1, & \text{neelastična} \\ = 1, & \text{jedinično elastična} \\ > 1, & \text{elastična.} \end{cases}$$

Postupak za ekstrem funkcije $f(x)$.

1. Nađi derivaciju funkcije $f(x)$.
2. Nađi sve točke x^* takve da je $f(x^*) = 0$.
3. Odaberi a, b blizu x^* , $a < x^* < b$
4. Ako je $f'(a) < 0$ i $f'(b) > 0$, u x^* je lokalni minimum
5. Ako je $f'(a) > 0$ i $f'(b) < 0$, u x^* je lokalni maksimum

Razno

Rješavanje kvadratne jednadžbe $a \cdot x^2 + b \cdot x + c = 0$. Rješenja postoje ako je $b^2 - 4 \cdot a \cdot c \geq 0$ i iznose

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} \quad \text{i} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}.$$