

**Financijski praktikum \* kratki test: 31.3.2014., grupa A**

Ime i prezime

Broj bodova

**Zadatak 1.** U Black-Scholes-Mertonovom modelu rizična imovina slijedi s.d.j.

$$dS_t = \alpha S_t dt + \sigma S_t dB_t$$

uz poznatu početnu vrijednost  $S_0$ , a nerizičnoj imovini se cijena mijenja po formuli  $t \mapsto e^{rt}$ ,  $\alpha, r, \sigma > 0$ . Cijena evropske call opcije u  $t = 0$  na ovu dionicu s cijenom izvršenja  $K > 0$  i datumom dospijeca  $T > 0$  **ne** ovisi o jednom (ili više) parametara (zaokružite ga/ih)

$$S_0, \alpha, \sigma, r, K, T.$$

**Zadatak 2.** Pretpostavite da cijenu dionice opisuje proces  $(S_t)$  u diskretnom vremenu za koji vrijedi  $S_0 = s_0 \in \mathbb{R}$  i  $S_t = (1 + X_t)S_{t-1}$ ,  $t \in \mathbb{N}$  za neki njd niz  $(X_t)_{t \in \mathbb{N}}$  takav da za neke konstante  $a < b$  i  $p \in (0, 1)$  vrijedi

$$X_t \sim \begin{pmatrix} a & b \\ 1-p & p \end{pmatrix}.$$

Neka je efektivna kamatna stopa na tržištu fiksna i iznosi  $r \in (a, b)$ . Tada cijena evropske call opcije u  $t = 0$  na ovu dionicu s cijenom izvršenja  $K > 0$  i datumom dospijeca  $T > 0$  **ne** ovisi o jednom (ili više) parametara (zaokružite ga/ih)

$$a, b, p, r, K, T.$$

**Zadatak 3.** i) Koje od sljedećih nenegativnih slučajnih varijabli imaju konačno očekivanje (zaokružite ih)

- a)  $X \sim$  Pareto s parametrima  $\kappa = 3, \alpha = 0.1$ , (uputa  $\bar{F}_X(u) = \kappa^\alpha / (\kappa + u)^\alpha, u > 0$ ),
- b)  $X \sim$  Weibullova s parametrima  $c = 1, \tau = 2$  (uputa  $\bar{F}_X(x) = e^{-cx^\tau}, x > 0$ )
- c)  $X = e^Y$  gdje je  $Y \sim$  eksponencijalna s parametrom  $\lambda = 2$ ,
- d)  $X = e^Y$  gdje je  $Y \sim$  eksponencijalna s parametrom  $\lambda = 1/2$ ,
- e)  $X = Y^{10}$  gdje je  $Y \sim$  eksponencijalna s parametrom  $\lambda = 1$

ii) Odredite onu koja ima najlakši gornji rep \_\_\_\_\_.

**Zadatak 4.** Neka su  $X_t, t = 1, \dots, 10$  njd i Pareto distribuirane s parametrima  $\kappa = 2, \alpha = 2$ . Ako je  $S_{10} = X_1 + \dots + X_{10}$ , odredite

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{P(S_{10} > x)}{\left(\frac{\kappa}{\kappa+x}\right)^\alpha} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

**Zadatak 5.** i) Ako je  $U \sim \text{Unif}(0, 1)$ , odredite

$$\text{Var}(-2 \log(U) + 2) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

ii) Funkcija očekivanog viška je konstantna za \_\_\_\_\_ razdiobu.

**Zadatak 6.** Za slučajnu varijablu  $X$  s binomnom razdiobom s parametrima  $n = 2, p = 1/2$  odredite kvantil

$$F^{\leftarrow}(1/3) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

## Financijski praktikum \* kratki test: 9.6.2014., grupa A

Ime i prezime

Broj bodova

**Zadatak 1.** U Black-Scholes-Mertonovom modelu rizična imovina slijedi s.d.j.

$$dS_t = \alpha S_t dt + \sigma S_t dB_t$$

uz poznatu početnu vrijednost  $S_0$ , a nerizičnoj imovini se cijena mijenja po formuli  $t \mapsto e^{rt}$ ,  $\alpha, r, \sigma > 0$ . Cijena evropske call opcije u  $t = 0$  na ovu dionicu s cijenom izvršenja  $K > 0$  i datumom dospijeca  $T > 0$  ne ovisi o jednom (ili više) parametara (zaokružite ga/ih)

$$S_0, \alpha, \sigma, r, K, T.$$

**Zadatak 2.** Neka je  $B_t$ ,  $t \in [0, 1]$ , standardno Brownovo gibanje na segmentu  $[0, 1]$ , te neka je

$$W_t = aB_{t/100}, \quad t \in [0, 100],$$

odredite bar jedan realan broj  $a$  za koji je  $(W_t)_t$  standardno Brownovo gibanje na segmentu  $[0, 100]$ :

\_\_\_\_\_.

**Zadatak 3.** Ako je  $B_t$ ,  $t \geq 0$ , Brownovo gibanje,  $\{\mathcal{F}_t\}$  pridružena filtracija, a  $C_0 \sim N(0, 4)$  slučajna varijabla koja je  $\mathcal{F}_0$  izmjeriva, odredite

$$E \left( \int_0^t C_0 dB_s \right)^2 = \text{_____}.$$

**Zadatak 4.** Ako je  $B_t$ ,  $t \geq 0$ , Brownovo gibanje, a  $\{\mathcal{F}_t\}$  pridružena filtracija, za proizvoljan  $\kappa > 0$  i  $X_t = \exp(-\kappa B_t + 0.5\kappa^2 t)$  i  $0 < s < t$  odredite

$$E(X_t/X_s | \mathcal{F}_s) = \text{_____}$$

Prisjetite se da se gustoće razdioba u eksponencijalnoj familiji razdioba mogu zapisati u obliku

$$f(y; \theta, \phi) = \exp \left( \frac{y\theta - b(\theta)}{a(\phi)} + c(y, \phi) \right) \quad y \in \text{supp} f.$$

**Zadatak 5.** Neka je  $n \geq 2$  fiksni prirodan broj,  $Z$  binomna slučajna varijabla s parametrima  $n$  i  $p \in (0, 1)$ , pokazuje se da razdioba slučajne varijable  $Z' = Z/n$  pripada razdiobama u eksponencijalnoj familiji. Odredite joj prirodnu (kanonsku) funkciju veze  $g(\mu) = \text{_____}$ .

**Zadatak 6.** Pretpostavite da logističkom regresijom opisujete ovisnost varijable uspjeha na ispitu ( $Y = 0$  neuspjeh,  $1$  uspjeh), o spolu kandidata ( $X = 0$  muški,  $1$  ženski spol). Pretpostavite da vjerojatnost uspjeha  $p_i$  kandidata  $i$  ovisi logističkom regresijom o afinoj funkciji  $\alpha + \beta X_i$  varijable spola.

Odredite skup  $A \times B \subseteq \mathbb{R}^2$  tako da je za  $(\alpha, \beta) \in A \times B$  vjerojatnost uspjeha strogo veća za ženske kandidate.

Odgovor: \_\_\_\_\_

Nije dopušteno korištenje nikakvih pomagala osim pribora za pisanje i brisanje. Rezultati i termini uvida u zadaće će biti objavljeni na web-stranici nastavnika unutar tjedan dana.