TEORIJA RIZIKA U AKTUARSTVU
2. KOLOKVIJ

1. 2. 2007.

1. (20) Slučajna varijabla X zadana je svojom gustoćom

$$f(x) = \alpha x^{\alpha-1} e^{-x^{\alpha}}, \quad x > 0,$$

gdje je parametar $\alpha > 0$.

(a-10) Za koje je vrijednosti parametra α to distribucija teškog, a za koje lakog repa?

(b-10) Definiramo slučajnu varijablu Y kao $Y = e^{X}$. Za koje vrijednosti parametra α je distribucija od Y teškog, a za koje lakog repa?

Dokažite svoje tvrdnje.

2. (15) Promatramo portfelj u kojem zahtjevi za isplatu pristižu dinamikom procesa obnavljanja tako da u prosjeku pristiže 20 zahtjeva dnevno. Pri tome varijanca međuvremena pristizanja iznosi 0.02. Za distribuciju pojedinačnih šteta je izmjereno očekivanje od 8 500 i varijanca od 40 000. Pretpostavljamo da je strategija naplate premija takva da na duge staze zarađujemo 7% od ukupnog isplaćenog novca. Kolika je vjerojatnost da portfelj nakon dvije godine neće poslovati s dobitkom od barem 5 milijuna (uz pretpostavku da je krenuo s početnim kapitalom 0)? Koliko na duge staze moramo zarađivati od ukupnog isplaćenog novca da bi tražena vjerojatnost bila manja od 1%? Vrijeme mjerimo u danima, a asimptotska standardna devijacija procesa koji modelira isplate je dana s

$$\sqrt{\lambda t \left(\lambda^2 \mathrm{Var} W_1 (\mathrm{E} X_1)^2 + \mathrm{Var} X_1\right)}.$$

3. (15) U portfelju osiguranja zahtjevi pristižu dinamikom homogenog Poissonovog procesa tako da prosječno stiže po jedan zahtjev svaka dva dana, dok je distribucija šteta Paretova s repom

$$\overline{F}(x) = \left(\frac{1000}{1000 + x}\right)^{2.5}, \quad x > 0.$$

Premije pristižu uz sigurnost uplate $\rho = 0.15$. Koliki početni kapital u je potreban da bi asimptotska vjerojatnost propasti bila manja od 0.01? Obrazložite svoje tvrdnje. Nadalje, pretpostavimo da želimo potpisati ugovor o reosiguranju u kojem se reosiguravatelj obvezuje da će isplatiti 30% od svake pojedinačne štete. Kolika je godišnja premija koju moramo platiti ako je reosiguravatelj zaračunava prema principu očekivanja uz sigurnost uplate 0.1?

NAPOMENA: Dozvoljena je upotreba Matematičkog priručnika Bronštejna i Semendjajeva.

REZULTATI: U ponedjeljak u 18 sati. Tada je i jedini mogući termin za žalbe.

Mislav Žigo