TEORIJA RIZIKA U AKTUARSTVU
1. KOLOKVIJ
15. 12. 2006.

1. (25) Broj zahtjeva za isplatu koji pristižu osiguravatelju ponaša se kao Poissonov proces s funkcijom intenziteta $\lambda(y) = \frac{3}{1+3y}$, gdje vrijeme mjerimo u danima.

(a-5) Odredite očekivani broj zahtjeva koji će pristići nakon 5 dana.

(b-5) Zadan je događaj A={do kraja 1. dana nije stiglo više od jednog zahtjeva, na kraju drugog dana ih je bilo točno 3 i na kraju četvrtog dana ih je bilo točno 5}. Izračunajte vjerojatnost od A.

(c-5) Kolika je vjerojatnost da su tijekom prvog dana stigla barem 2 zahtjeva ako je poznato da ih je na kraju četvrtog dana bilo točno 6?

(d-5) Kolika je vjerojatnost da su između kraja prvog i kraja trećeg dana stigla točno 2 zahtjeva, ako je poznato da do kraja drugog dana nije stigao niti jedan?

(e-5) Izračunajte očekivano vrijeme pristizanja prvog zahtjeva.

2. (12) Zahtjevi za isplatu šteta pristižu osiguravatelju kao proces obnavljanja s očekivanim međuvremenom pristizanja $\mathrm{EW}_1 = 0.2$ i varijancom $\mathrm{VarW}_1 = 0.75$. Koliki je približno očekivani broj zahtjeva koji će pristići u sljedeće dvije godine? Kolika je vjerojatnost da će broj pristiglih zahtjeva u sljedeće dvije godine nadmašiti njihov očekivani broj za 20%?

3. (13) Neka je $(\tilde{N}(t);\ t \geq 0)$ standardni homogeni Poissonov proces, te neka je $f : [0, +\infty \rangle \to [0, +\infty \rangle$ neopadajuća funkcija koja je neprekidna zdesna i za koju vrijedi $f(0) = 0$.

(a-6) Dokažite da je proces $(\tilde{N}(f(t));\ t \geq 0)$ Poissonov i odredite mu funkciju očekivanja. Pazite da vam argumenti budu precizni (to ne znači da treba puno pisati).

(b-7) Dokažite da, ako ispustimo uvjet da je f neopadajuća (i zadržimo sve ostale pretpostavke), proces $(\tilde{N}(f(t));\ t \geq 0)$ više ne mora biti Poissonov.

NAPOMENA: Dozvoljena je upotreba Matematičkog priručnika Bronštejna i Semendjajeva i jednog komada papira formata A5 s proizvoljnim formulama, ali bez ikakvih definicija.

REZULTATI: Sljedeći četvrtak. Tada će se moći i vidjeti zadaće (nakon vježbi).

Mislav Žigo