TEORIJA RIZIKA U AKTUARSTVU

2.9.2005.

1. (20) Broj zahtjeva za isplatu koji pristižu osiguravatelju ponaša se kao Poissonov proces s funkcijom očekivanja $\lambda(y) = \frac{2}{1+y}$, gdje vrijeme mjerimo u danima.

   (a) Izračunajte očekivano vrijeme pristizanja 2. zahtjeva.

   (b) Ako je u prva dva dana stiglo točno 5 zahtjeva, kolika je vjerojatnost da će ih do kraja trećeg dana ukupno biti barem 7?

2. (20) Promatrajmo portfelj osiguranja u kojem se pristizanje zahtjeva za isplatu ponaša kao proces obnavljanja. Pretpostavljamo da u prosjeku svaka dva dana stiže po jedan zahtjev. Varijanca međuvremena pristizanja iznosi 0.25. Prosječna šteta iznosi 2000, te je poznato da distribucija šteta ima varijancu $\sigma^2 = 500$. Premije se u portfelj uplaćuju po linearnoj stopi c izračunatoj po principu očekivanja.

   (a) Odredite c tako da na duge staze zarađujemo oko 2% od ukupnog isplaćenog novca. Koristite princip očekivanja.

   (b) Kolika je približna vjerojatnost da portfelj na kraju godine zabilježi gubitak?

   (c) Koliku zaradu (u postocima) na duge staze trebamo ostvarivati da bi vjerojatnost iz (b) dijela bila ≤ 0.01?

3. (20) Dokažite da je loggama distribucija s parametrima $\alpha, \beta > 0$ regularne varijacije s indeksom $\beta > 0$.

4. (20) Za proizvoljnu distribuciju šteta F definiramo funkciju očekivanog viška (mean excess function) kao $e_F(u) = \mathrm{E}[X - u | X > u]$, gdje je X (nenegativna) slučajna varijabla s distribucijom F. Ako je F apsolutno neprekidna, dokažite da tada vrijedi

$$e_F(u) = \frac{1}{\overline{F}(u)} \int_u^{+\infty} \overline{F}(t)dt,$$

   gdje je $\overline{F}$ rep distribucije F.

5. (20) Promatramo portfelj osiguranja u kojem zahtjevi pristižu dinamikom homogenog Poissonovog procesa, na način da u prosjeku stižu tri zahtjeva dnevno. Distribucija zahtjeva (šteta) je Paretova s parametrima $\alpha = 2$ i $c = 1000$. Reosiguravatelj pristaje pokriti iznos iz svake pojedinačne štete koji prelazi 10 000, u zamjenu za premiju izračunatu po principu očekivanja. Kolika treba biti stopa c da bi reosiguravatelj na duge staze zarađivao 1% od ukupnog iznosa kojeg će isplatiti osiguravatelju?

NAPOMENA: Dozvoljena je upotreba Matematičkog priručnika Bronštejna i Semendjajeva.

REZULTATI: utorak u 16:30.

Bojan Basrak