Operacijska istraživanja
3.zadaća

1. Neka je zadan IP problem

$$\begin{aligned} \max \quad & z = \sum_{i=1}^{n} a_i x_i; \\ & \sum_{i=1}^{n} b_i x_i \leq b; \\ & x_i \in \mathbb{N}_0. \end{aligned}$$

Problem rješavamo metodom grananja. Pretpostavimo da smo u čvoru 0 riješili pripadnu LP relaksaciju i da smo dobili da varijabla $x_1 = x_1^{(0)}$ u $RJ0$ nije cjelobrojna, tj. $i < x_1^{(0)} < i + 1$ za neki $i \in \mathbb{N}_0$. Granajući dobivamo dva nova potproblema 1 i 2, pri čemu je

$$\begin{array}{llllllll} \text{potproblem} & 1 & = & \text{problem} & 0 & + & \text{uvjet} & x_1 \leq i \\ \text{potproblem} & 2 & = & \text{problem} & 0 & + & \text{uvjet} & x_1 \geq i + 1. \end{array}$$

Dokažite da postoji barem jedno optimalno rješenje potproblema 1 za kojeg vrijedi $x_1 = i$.

[Uputa: Pretpostavite da je $RJ1$ optimalno rješenje potproblema 1 za koje vrijedi $x_1 = x_1^{(1)} < i$. Sada dokažite da postoji broj c, $0 < c < 1$ takav da $c(RJ0)+(1-c)(RJ1)$ ima sljedeća tri svojstva:

(a) Vrijednost varijable x_1 u $c(RJ0) + (1 - c)(RJ1)$ je jednaka i,

(b) $c(RJ0) + (1 - c)(RJ1)$ je dopustivo za potproblem 1,

(c) Vrijednost funkcije cilja u $c(RJ0) + (1 - c)(RJ1)$ je veća ili jednaka od vrijednosti funkcije cilja u $RJ1$.]

Ana Prlić